تئوری رژیم و کاربرد آن برای جریان‌های یک‌نواخت و غیر یک‌نواخت

حسین افضلی مهر، منوچهر حیدرپور و سید حسین فرشی[۱]

چکیده

طراحی مناسب کانال‌ها و بهینه سازی مقاطع رودخانه‌ها به طور قابل توجهی کاهش هزینه اقتصادی و امکان توجیه اجرای پروژه‌ها را فراهم خواهد ساخت. در این راستا تئوری رژیم، امکان بررسی تجربی و نیمه تجربی طراحی کانال‌های پایدار را که در آنها فرسایش و انتقال رسوب در حال تعادل است، فراهم می‌سازد. هدف این تحقیق بررسی و مقایسهٔ تأثیر نوع جریان (یک‌نواخت و غیر یک‌نواخت) در پیش‌بینی مشخصات یک کانال پایدار می‌باشد. در بررسی اثر جریان یک‌نواخت از روابطی که بر اساس معادله‌های تجربی و نیمه تجربی (فرضیه حدی) توسعه یافته‌اند، استفاده به عمل آمده است. برای بررسی تأثیر جریان یک‌نواخت معادلات تجربی و نیمه تجربی (فرضیه حدی) لیسی، شیتال، کنداب و گارد و چانگ انتخاب شدند. مقایسه و برآورد قدرت پیش‌بینی هر یک از معادلات فوق با استفاده از روش‌های ترسیمی (گرافیکی) و آماری و ۲۴ کانال طبیعی واقع در آمریکا که در شرایط رژیم قرار داشتند صورت پذیرفت. به منظور بررسی ساختار جریان غیر یک‌نواخت روی مشخصات کانال پایدار از ۲۱ نیم‌رخ سرعت اندازه‌گیری شده در رودخانه گاماسیاب استفاده گردید. با کاربرد تئوری لایه مرزی، سرعت برشی برای هر یک از این نیم‌رخ‌های سرعت محاسبه شد. برای جریان غیر یک‌نواخت، پارامتر شیلدز که در آن تنش برشی به کمک روش لایه مرزی محاسبه می‌گردد، به عنوان مؤثرترین پارامتر پیش‌بینی مشخصات کانال رژیم شناخته شد. در نظر گرفتن همزمان اثر جریان غیر یک‌نواخت و تئوری لایه مرزی نه تنها خطر هم‌بستگی ساختگی را از بین می‌برد، بلکه دقت پیش‌بینی مشخصات مقطع کانال پایدار را نیز افزایش می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: تئوری رژیم، مقطع کانال پایدار، لایه مرزی، جریان غیر یک‌نواخت

مقدمه

دست‌یابی به رودخانه و کانال طبیعی که در آن میزان انتقال رسوب و فرسایش در حالت تعادل دینامیکی مناسب باشد، یکی از مهم‌ترین دستاوردهای شاخه مهندسی رودخانه در یکصد سال گذشته می‌باشد. به دلیل پیچیدگی بیش از حد مسأله در این راستا فقط مسأله برای شرایط فرضی جریان یک‌نواخت توسعه یافته است (۱). اگر چه بخش عمده‌ای از مطالعات انجام شده صرفاً تجربی بوده و فقط از روابط آماری شکل گرفته است، ولی بخشی از تحقیقات بر پایه روابط تحلیلی با استفاده از قوانین ترمودینامیک مانند

۱. به ترتیب استادیاران و دانشجوی سابق کارشناس ارشد آبیاری، دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان

فرضیه حدی (که هنوز برای شرایط صحرایی به طور کامل مورد تصدیق قرارنگرفته است) مورد توجه قرار گرفته است.

تئوری رژیم در واقع یک تئوری نیست زیرا هیچ توضیح فیزیکی در تحلیل آن وجود ندارد (۳). این روش در واقع از تجارب مختلف مهندسین رودخانه شاغل در شبکه های آبیاری، به وجود آمده است. به نظر بوگاردی به سختی می‌توان این تئوری را از مسایل انتقال رسوب جدا ساخت (۳). بنابراین هدف عمده قوانین رژیم، مطالعه رفتار آبراهه‌هایی است که به طور آزادانه مقطع عرضی خود را تعدیل می‌کنند تا به تعادل دینامیکی مناسب تحت تنش‌های موجود در محیط عمل خود برسند. هرچند به دلیل ماهیت تجربی تئوری رژیم که براساس داده‌های صحرایی بنا شده است، ضرایب و نماهای معادله‌های رژیم ارائه شده توسط محقیقن مختلف، به طور متناوب تا به امروز دچار تعدیل و تغییر شده‌اند.

مسأله بنیادی که یک مهندس هیدرولیک با آن روبه‌رو می‌باشد این است که در طراحی کانال‌های پایدار، بستر کانال می‌بایست متحرک باشد یا ثابت؟ پاسخ این سؤال را می‌بایست در دینامیسم تحول مداوم بستر برای حفظ تعادل میان انتقال رسوب و فرسایش یافت. از نظر تئوری، مقطع عرضی کانالی که ذرات آن در آستانه حرکت می‌باشند، بهینه‌ترین شکل برای عبور یک دبی مشخص را داراست، زیرا این مقطع دارای کمترین محیط خیس شده است که یک کانال می‌تواند داشته باشد، بدون آن که در ذرات واقع بر جدار آن فرسایش رخ دهد. هم‌چنین نتایج بررسی‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد که کانال‌های پایدار نیز قابلیت حمل رسوب را دارند. بسیاری از رودخانه‌ها نیز ضمن انتقال مقدار زیادی رسوب، پایداری خود را نیز حفظ می‌کنند. ذکر مطالب فوق شاهدی بر این مدعاست که تئوری کانال آستانه‌ای که در آن تمام ذرات رسوب روی بستر بدون حرکت می‌باشند نمی‌تواند بحث انتقال رسوب در رودخانه‌ها را پوشش دهد. بنابراین مفهوم یک کانال آستانه‌ای با انتقال رسوب سازگار نیست. زیرا هیچ گونه انتقال رسوبی از هیچ بخش آن صورت نمی‌گیرد و تنش وارده بر جدار کانال در تمام سطح مقطع در حد آستانه است. حال اگر این تعریف را به رودخانه‌ها تعمیم دهیم، معنای آن به این صورت خواهد بود که رودخانه‌ها در عین انتقال رسوب نمی‌توانند پایدار باشند. از طرف دیگر مشاهدات و مطالعات نشان می‌دهند که پایداری و انتقال رسوب به صورت توأم در رودخانه‌ها وجود دارند. به این مسأله پارادوکس کانال پایدار گفته می‌شود. برای حل این پارادوکس لازم است که تنش برشی بر روی بستر کانال بیشتر از مقدار بحرانی، در روی دیوار کانال کمتر از مقدار بحرانی و در نقطه اتصال بستر و دیواره دارای مقدار بحرانی باشد. یک چنین مقطعی اجازه می‌دهد که در ناحیه بستر انتقال رسوب و در دیوارهای کانال پایداری حفظ شود. بنابراین کانال‌های طبیعی می‌بایست بیشتر دارای بستر متحرک باشند. اگر چه کمّی کردن این پارامتر در معادله‌های طراحی نیاز به تحقیق زیادی دارد (۴ و ۵).

روش رژیم در طراحی کانال‌های پایدار به صورت تجربی و نیمه تجربی برای جریان یک‌نواخت توسعه یافته است (۳) که در زیر به طور مختصر به این روش‌ها اشاره می‌گردد.

الف) روش تجربی

این روش برای اولین بار توسط کندی در سال ۱۸۹۵ بر اساس یک رابطه ساده آماری بین سرعت بحرانی برای فرسایش و حداکثر عمق آب در یک کانال توسعه یافت (۱۱). از آنجا که امکان مشخص کردن پایداری کانال صرفاً با یک معادله وجود نداشت در ادامه سایر محققین نظیر لیندلی (۱۱) علاوه بر سرعت بحرانی، عرض کانال را نیز به عنوان یکی دیگر از عوامل مؤثر پایداری (عوامل پایداری عبارت‌اند از شیب، عرض و عمق کانال) معرفی نمودند. افزودن پارامتر عرض کانال اگرچه بسیار مفید به نظر می‌رسید ولی تجارب اجرایی نشان داد که هنوز به پارامتر یا پارامترهای دیگری نیاز است. در این راستا لیسی (۹) برای نخستین بار سه معادله طراحی کانال‌های پایدار را به صورت معادله‌های عرض، عمق و شیب کف کانال ارائه

کرد. کاربرد معادلات لیسی در کشورهای هند و پاکستان (پس از ۱۹۵۸) نشان داد که سه معادله فوق به خوبی می‌توانند برای مشخص کردن کانال پایدار مناسب باشند. از عمده عوامل موفقیت روابط لیسی عبارت‌اند از : ۱- پیش بینی مقطع پایدار هیچ نیازی به اطلاعات در مورد کمیت رسوب ندارد. ۲- این روابط فقط تابع دبی جریان و قطر ذره رسوب (قطر ذره رسوب در پارامتر F_1 به کار گرفته شده است) می‌باشند. در این حال از نقاط ضعف روابط لیسی می‌توان به منطقه‌ای بودن آنها که تابع شرایط جغرافیایی و مرفولوژیکی خاصی هستند و عدم در نظر گرفتن دبی رسوب، پوشش گیاهی و مشخصات موضعی جریان را ذکر کرد.

روابط شیتال (۵) که در این مطالعه از آن استفاده می‌شود به همان شکل ریاضی روابط لیسی می‌باشند که در ضرایب و توان‌ها کمی با هم تفاوت دارند. لیسی در تجربه خود از فاکتور F_1 که در واقع مبین حرکت جریان در بستر رسوبی می‌باشد و بنا بر تجربه وی در تخمین عمق جریان مؤثر است، استفاده می‌کند. این فاکتور به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F_1 = 1/6\sqrt{d_{50}} \qquad [1]$$

که در آن

F_1 : فاکتور رسوب

d_{50}: قطر میانه ذرات رسوب برحسب میلی‌متر

کنداپ و گارد (۸) با استفاده از آنالیز ابعادی و در نظر گرفتن عواملی مانند چگالی رسوب و آب و قطر ذره رسوب در روابط عرض و عمق کانال تلاش کردند تا پیش‌بینی مقطع پایدار را بهبود بخشند. هر چند روابط آنها قابل کاربرد برای محدوده خاصی از ذرات رسوب ریزدانه $d_{50} < 2mm$ و شرایط خاص جغرافیایی می‌باشند.

لازم به ذکر است که به دلیل عدم دقت پیش‌بینی شیب کف کانال برای هر سه روش لیسی، شیتال، کنداپ و گارد از ارائه و تحلیل آنها در این بررسی صرف نظر شد. از علل عمده این ضعف می‌توان به عدم شناسایی پارامترهای مناسب مؤثر در پیش‌بینی شیب کانال، نبودن دقت مناسب در اندازه‌گیری‌های شیب در بستر کانال‌های طبیعی و بازه‌های رودخانه‌ای و فقدان متدولوژی مناسب برای تخمین بهینه شیب کف کانال اشاره کرد.

ب) روش نیمه تجربی

در ابتدای دهه ۱۹۶۰ برخی محققین همچون لئوپولد و لانگبین (۱۰) برخی مفاهیم مکانیک سیالات و ترمودینامیک مانند تئوری حداقل تلفات انرژی را برای طراحی کانال‌های پایدار مطرح کردند. به دنبال این تحقیقات در دهه ۷۰ میلادی سانگ و یانگ (۱۴) مفهوم حداقل توان واحد جریان را ارائه کردند، که براساس آن یک کانال پایدار، سرعت، شیب، زبری و شکل هندسی خود را به نحوی تابع مقدار حداقل توان واحد جریان تعدیل می‌کند تا به صورت بهینه انتقال آب و رسوب در آن صورت پذیرد. براساس این تئوری کانال‌های آبرفتی عرض خود را به نحوی تابع سرعت، شیب، زبری و مقطع هندسی تعدیل می‌کنند که با حداقل توان واحد جریان، دبی آب و رسوب را انتقال دهند. به دنبال کار دو محقق فوق چانگ (۴) دو فرضیه مهم خود را به نحوی طرح کرد که براساس آن تعادل هندسی یک مقطع جریان در یک کانال آبرفتی تحت تنش‌های موجود می‌بایست به گونه‌ای باشد که با حداقل توان (γQS)، انتقال رسوب و جریان آب صورت پذیرد. از آنجا که مقادیر γ (وزن مخصوص آب) و Q (دبی جریان) در جریان دائمی یک‌نواخت ثابت می‌باشند، بنابراین شرط حداقل توان جریان به شرط حداقل شیب کانال (S) برای ایجاد تعادل دینامیکی کاهش می‌یابد. پس از کار چانگ محققین دیگری مانند وایت و همکاران (۱۶) مفهوم حداکثر انتقال رسوب را ارائه کردند که براساس آن شرط تعادل دینامیکی یک کانال، انتقال حداکثر رسوب تحت تنش‌های موجود می‌باشد. مبانی تئوریک روش‌های محققین فوق، امروزه تحت عنوان فرضیه‌های حدی (External hypotheses) شناخته می‌شود.

این فرضیه در واقع حلقه گمشده یک سیستم دارای دو معادله و سه مجهول می‌باشد. معادله انتقال رسوب برای شیب

کانال، معادلـه مقاومـت جریـان بـرای عمـق جریـان و فرضـیه حدی برای بستن و قابل حل کردن سیستم بـرای عـرض کانـال است.

از نقاط قوت این روش به کارگیری مفاهیم تئوریـک بـرای تجزیه و تحلیل داده‌های تجربی و ارائه جزئیات بیـشتر مکـانیزم تعدیل کانال نسبت به روش تجربی مـی‌باشـد. از نقـاط ضـعف این روش عـدم تطـابق نتـایج بـا مبـانی تئوریـک بـه ویـژه در رودخانه‌ها و محدودیت کـاربرد آن در شـیب‌هـای تنـد و مـواد دانه ریز و چسبنده است (۲، ۱۲ و ۶).

از طرف دیگر در نظر گـرفتن جریـان غیـر یـک‌نواخـت در طراحی کانال‌های پایدار برای نخـستین بـار در ایـن تحقیـق بـر اساس تئوری لایه مرزی صورت مـی‌پـذیرد. بـه دلیـل سـاختار کاملاً متفاوت جریان غیر یک‌نواخـت از جریـان یـک‌نواخـت و نوع و شکل توزیع تنش برشی برای این دو جریان، تغییـر قابـل توجهی در متدولوژی و نتایج پیش‌بینی می‌شود. در واقع هـدف از کاربرد جریان یـک‌نواخـت و غیـر یـک‌نواخـت بررسـی اثـر کاربرد جریان غیر یک‌نواخت نسبت به جریـان یـک‌نواخـت در بهبود پیش بینی مشخصات کانال‌های پایـدار مـی‌باشـد. در ایـن مطالعه با اشاره مختـصر بـه مبـانی کـاربرد هـر یـک از ایـن دو جریان در کانال‌های پایدار، نقاط قـوت و ضـعف آنهـا را ارائـه کرده و تلاش می‌شود تا راهنمـایی اولیـه در اختیـار طراحـان و برنامه ریزان قرار داده شود.

مواد و روش‌ها

الف) معرفی داده‌ها

در این مطالعه برای مقایسه روش‌های تجربی و نیمه تجربـی در شرایط جریان یک‌نواخت از پارامترهـای هیـدرولیکی ۲۴ کانـال اندازه‌گیری شده به طـور عمـده در بـسترهای ماسـه و شـن در آمریکا که در جدول ۱ ارائه شده‌اند استفاده گردیـد (۱۳). بـرای مطالعـه و درک تـأثیر جریـان غیـر یـک‌نواخـت در طراحـی کانـال‌هـای رژیـم در بـسترهای شـنی از ۲۱ نـیم‌رخ سـرعت اندازه‌گیری شده در بازه‌هـای مختلـف رودخانـه گاماسـیاب بـا بستر شنی واقع در غرب ایران بـا قطـر میانـه $d_{50} = ۱۸/۹\,mm$ استفاده گردید که نتایج آن در جدول ۲ ارائه شده‌اند.

در جـدول ۱ دامنـه دبـی جریـان یـک‌نواخـت بـین ۴۳cfs ($۱/۲۲\ m^3/s$) تـا ۱۰۳۹cfs ($۲۹/۷\ m^3/s$) مـی‌باشـد. ایـن کانـال‌هـا دارای مـسیر مـستقیم بـوده و از آثـار موانـع در مسیر جریـان و پوشـش گیـاهی در آنهـا صـرف نظـر شـده است.

هم‌چنین مقاطع و بازه‌هـای (Reaches) مـورد مطالعـه بـرای جریان غیر یـک‌نواخـت مـستقیم بـوده و فاقـد هـر نـوع انحنـا می‌باشند. هم‌چنـین از آثـار موانـع در مـسیر جریـان و پوشـش گیاهی در آنها نیز صرف نظر شده است.

ب) معادلات انتخابی و تحلیل داده‌ها

همان طور که قبلاً اشاره شد در این مطالعه برای شرایط جریـان یک‌نواخت از معادلات لیسی، شیتال، کنـداپ و گـارد و چانـگ به منظور تجزیه و تحلیل و مقایسه قدرت پیش بینی کانال‌هـای رژیم استفاده می‌شود. معادلات محققین فـوق کـه در جـدول ۳ ارائه گردیدند، به طور کلی تابع دبی جریان و قطـر ذره رسـوب بوده و هـیچ اثـری از دبـی رسـوب، پوشـش گیـاهی و پـارامتر شیلدز در آنها ملاحظه نمی‌شود. در این مقاله این معـادلات بـه صورت گرافیکی و آماری مورد مقایسه قـرار مـی‌گیرنـد. بـرای این منظور مقادیر اندازه‌گیری شده توسـط سـایمونز (۱۳) را در مقابـل مقـادیر محاسـبه شـده توسـط هـر یـک از معادلات فوق برازش داده و سپس نتایج هر یک از معـادلات بـا خـط ایـدآل ترسـیم شـده و حـدود اطمینـان ۲۵٪± مقایـسه می‌شوند.

برای بررسی و درک اثر ساختار جریان غیر یـک‌نواخـت در پیش‌بینی پایداری یک رودخانه شنی از تئوری لایـه مـرزی کـه بر اساس نیم‌رخ سرعت جریان اسـتوار اسـت اسـتفاده گردیـد. هم‌چنین بـا اسـتفاده از روش رگرسـیون غیـر خطـی معـادلاتی بـرای عـرض، عمـق و شـیب مقـاطع مختلـف در چنـد بـازه رودخانه گاماسیاب ارائه گردید.

جدول ۱. پارامترهای هیدرولیکی اندازه‌گیری شده در کانال‌های آبرفتی

شماره کانال	$Q(ft^3/s)$	u(ft/s)	$S\times10^{-3}$	h(ft)	w(ft)	$d_{50}(mm)$
۱	۱۷۷	۲/۴۲	۰/۳۳۰	۲/۹۲	۲۷/۰	۰/۵۸۰
۲	۷۷۳	۲/۴۸	۰/۱۳۰	۵/۸۵	۶۲/۰	۰/۲۰۸
۳	۱۰۳۱	۱/۷۱	۰/۰۵۸	۸/۲۹	۸۰/۰	۰/۲۵۳
۴	۴۴۵	۱/۹۲	۰/۰۶۳	۶/۰۱	۴۴/۰	۰/۰۹۶
۵	۵۱۰	۲/۱۰	۰/۰۷۴	۵/۸۱	۴۷/۰	۰/۰۲۸۶
۶	۹۵۰	۱/۷۹	۰/۰۵۸	۷/۶۶	۸۶/۰	۰/۸۰۵
۷	۱۴۶	۱/۳۶	۰/۱۳۵	۳/۵۱	۳۴/۰	۰/۳۱۸
۸	۱۹۱	۱/۵۸	۰/۲۹۰	۲/۶۳	۵۳/۰	۰/۶۱۷
۹	۱۶۰	۱/۳۹	۰/۱۹۰	۲/۹۳	۴۴/۰	۰/۳۹۰
۱۰	۱۷۰/۸	۱/۶۷	۰/۲۳۷	۲/۹۱	۳۹/۵	۰/۴۶۵
۱۱	۱۹۸	۱/۶۸	۰/۲۶۸	۲/۸۱	۴۶/۰	۰/۵۶۸
۱۲	۸۸۳	۲/۲۶	۰/۱۸۱	۷/۸۸	۶۰/۰	۷
۱۳	۷۵۱	۲/۵۷	۰/۱۸۶	۵/۷۳	۶۰/۰	۷
۱۴	۱۰۳۹	۲/۵۱	۰/۱۲۰	۸/۵۰	۶۱/۰	۰/۳۱۱
۱۵	۶۰۰	۲/۵۵	۰/۳۶۹	۴/۹۰	۵۴/۰	۰/۵۷۵
۱۶	۵۵	۱/۸۴	۰/۲۵۳	۲/۶۱	۱۴/۰	۰/۱۷۳
۱۷	۵۶	۱/۷۸	۰/۳۸۷	۳/۰۱	۱۳/۰	۰/۱۶۳
۱۸	۴۳	۱/۵۶	۰/۲۹۴	۲/۶۴	۱۲/۵	۰/۲۲۹
۱۹	۱۹۸/۶	۲/۴۲	۰/۳۰۲	۳/۳۱	۲۷/۵	۰/۲۱۵
۲۰	۲۳۶	۱/۹۸	۰/۱۱۴	۵/۲۵	۳۰/۰	۰/۳۶۰
۲۱	۱۱۳	۲/۰۱	۰/۱۱۰	۴/۳۳	۲۰/۰	۰/۳۴۹
۲۲	۲۲۶/۹	۱/۶۵	۰/۲۱۸	۳/۳۳	۴۹/۰	۰/۴۴۶
۲۳	۳۶۳/۳	۱/۹۰	۰/۳۸۸	۲/۹۵	۶۹/۰	۰/۴۲۰
۲۴	۱۸۰/۶	۱/۸۶	۰/۲۱۶	۳/۶۷	۲۹/۵	۰/۲۴۶

جدول ۲. خلاصه متغیرهای اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده مقاطع هیدرولیکی رودخانه گاماسیاب

شماره مقطع	h (m)	w (m)	S	Q (m^3/s)	d_{84} (m)	u_* (m/s)	$\tau_{*\theta}$	h پیش‌بینی شده (m)	w پیش‌بینی شده (m)	S پیش‌بینی شده (m)
۱	۰/۲۷۴	۸/۴	۰/۰۰۹۵	۱/۹۱	۰/۰۳۸	۰/۰۹۷۸	۰/۰۱۵۶	۰/۲۷۴	۷/۵۹	۰/۰۰۷۲۳
۲	۰/۲۷۴	۸/۱	۰/۰۰۹۵	۲/۰۲	۰/۰۳۶۳	۰/۰۹۸۳	۰/۰۱۶۴	۰/۲۸۸	۷/۸۷	۰/۰۰۶۸۴
۳	۰/۳۱۴	۸	۰/۰۰۹	۱/۸۶	۰/۰۳۳۸	۰/۱۰۶۳	۰/۰۲۰۷	۰/۲۹۰	۷/۲۱	۰/۰۰۶۶۴
۴	۰/۲۴۴	۷	۰/۰۰۷۵	۱/۵۱	۰/۰۴	۰/۱۰۳۶	۰/۰۱۶۶	۰/۲۵۹	۶/۳۵	۰/۰۰۸۰۶
۵	۰/۲۷۴	۵/۵	۰/۰۰۷۳	۱/۷۱	۰/۰۳۶	۰/۱۱۸۸	۰/۰۲۴۲	۰/۲۹۷	۶/۱۵	۰/۰۰۸۱۹
۶	۰/۳۶۴	۶	۰/۰۰۸	۲/۵۳	۰/۰۴	۰/۱۱۸۵	۰/۰۲۱۷	۰/۳۵۵	۷/۱۸	۰/۰۱۰۱۵
۷	۰/۲۷۴	۷/۵	۰/۰۰۵۶	۱/۹۰	۰/۰۳۳	۰/۰۸۲۴	۰/۰۱۲۷	۰/۲۵۲	۹/۲۱	۰/۰۰۴۷۹
۸	۰/۱۷۴	۹	۰/۰۰۴	۱/۲۵	۰/۰۴	۰/۰۶۴۴	۰/۰۰۶۴	۰/۱۸۱	۸/۹۱	۰/۰۰۴۵۴
۹	۰/۲۵۴	۱۱/۳	۰/۰۰۴۶	۲/۲۸	۰/۰۳۲	۰/۰۷۸۹	۰/۰۱۲۰	۰/۲۶۵	۱۰/۵۵	۰/۰۰۴۴۷
۱۰	۰/۳۷۴	۱۰	۰/۰۰۸	۲/۷۱	۰/۰۳۱	۰/۱۰۶۳	۰/۰۲۲۵	۰/۳۴۴	۸/۸۲	۰/۰۰۶۱۶
۱۱	۰/۲۱۴	۹	۰/۰۰۴۲	۱/۸۵	۰/۰۳۵	۰/۰۸۴۲	۰/۰۱۲۵	۰/۲۵۳	۸/۷۸	۰/۰۰۵۳۵
۱۲	۰/۲۹۴	۱۲	۰/۰۰۴	۲/۷۱	۰/۰۳۲	۰/۰۸۴۳	۰/۰۱۳۷	۰/۳۰۱	۱۰/۷۶	۰/۰۰۴۹۵
۱۳	۰/۳۳۴	۱۰	۰/۰۰۸۲	۲/۹۷	۰/۰۳۷	۰/۰۸۹۴	۰/۰۱۳۴	۰/۳۲۵	۱۰/۲۱	۰/۰۰۶۶۹
۱۴	۰/۲۵۴	۱۰	۰/۰۰۶	۲/۳۱	۰/۰۲۷	۰/۰۸۰۰	۰/۰۱۴۶	۰/۲۷۲	۱۱/۰۳	۰/۰۰۳۵۲
۱۵	۰/۳۲۴	۱۰/۵	۰/۰۰۲۳	۲/۹۶	۰/۰۳	۰/۰۹۴۵	۰/۰۱۴۸	۰/۳۳۵	۱۰/۳۲	۰/۰۰۵۱۹
۱۶	۰/۲۹۴	۸	۰/۰۰۵	۱/۷۸	۰/۰۳۵	۰/۰۹۲۴	۰/۰۱۵۱	۰/۲۶۲	۷/۹۲	۰/۰۰۵۹۱
۱۷	۰/۲۲۴	۸/۹	۰/۰۰۵	۱/۵۲	۰/۰۳۷	۰/۰۷۵۳	۰/۰۰۹۵	۰/۲۱۷	۸/۷۱	۰/۰۰۴۹۷
۱۸	۰/۲۰۴	۹/۴	۰/۰۰۳	۱/۲۸	۰/۰۳۳	۰/۰۷۵۷	۰/۰۱۰۷	۰/۲۰۰	۸/۲۵	۰/۰۰۴۱
۱۹	۰/۲۲۴	۸/۹	۰/۰۰۷۲	۱/۶۳	۰/۰۳۷	۰/۰۷۵۷	۰/۰۰۹۶	۰/۲۲۴	۸/۹۴	۰/۰۰۵۰۵
۲۰	۰/۲۵۴	۷/۵	۰/۰۰۵۵	۱/۵۳	۰/۰۳۷	۰/۰۷۹۱	۰/۰۱۰۴	۰/۲۲۳	۸/۳۵	۰/۰۰۵۲۶
۲۱	۰/۲۴۴	۸	۰/۰۰۳۲	۱/۵۲	۰/۰۳۱	۰/۰۷۵۸	۰/۰۱۱۵	۰/۲۵۴	۹/۱۲	۰/۰۰۳۸۳

جدول ۳. معادلات روش‌های انتخابی برای مقایسه کانال‌های ماسه‌ای

محقق	سال انتشار	عرض کانال	عمق جریان
Lacey	۱۹۵۸	$w = ۲/۶۷ Q^{۰/۵}$	$h = ۰/۴۷\left(\frac{Q}{F_۱}\right)^{۰/۳۳۳}$
Chitale	۱۹۶۶	$w = ۴/۳ Q^{۰/۵۲۳}$	$h = ۰/۴۹۹(Q)^{۰/۳۴۱}$
Kondap and Garde	۱۹۸۰	$w = ۰/۲۱۲ d\, d_*^{۰/۲۳۱}\left(\frac{Q}{d^۲\sqrt{\frac{\Delta\gamma_s}{\rho}d}}\right)^{۰/۵۴۸}$	$h = \frac{۱۳d}{d_*^{۰/۲۴۵}\left(\frac{Q}{d^۲\sqrt{(\frac{\Delta\gamma_s}{\rho})d}}\right)^{۰/۳۰۴}}$
Chang	۱۹۸۵	$w = ۴/۱۷\left(\frac{S}{d^{۰/۵}} - \frac{Sc}{d^{۰/۵}}\right)^{۰/۰۵} Q^{۰/۵}$	$h = ۰/۰۵۵\left(\frac{S}{d^{۰/۵}} - \frac{S_c}{d^{۰/۵}}\right)^{-۰/۳} Q^{۰/۳}$

توجه ۱ : $d_* = \frac{g^{\frac{۱}{۲}} d^{\frac{۳}{۲}}}{\nu}$ که در اینجا d_* قطر ذره بی بعد می‌باشد.

توجه ۲ : $S_c = \frac{۰/۰۰۲۳۸ d^{۰/۵}}{Q^{۰/۵۱}}$ که در اینجا S_c شیب بحرانی کانال می‌باشد.

توجه ۳ : $\Delta\gamma_s = \gamma_s - \gamma$ و $d = d_{۵۰}$.

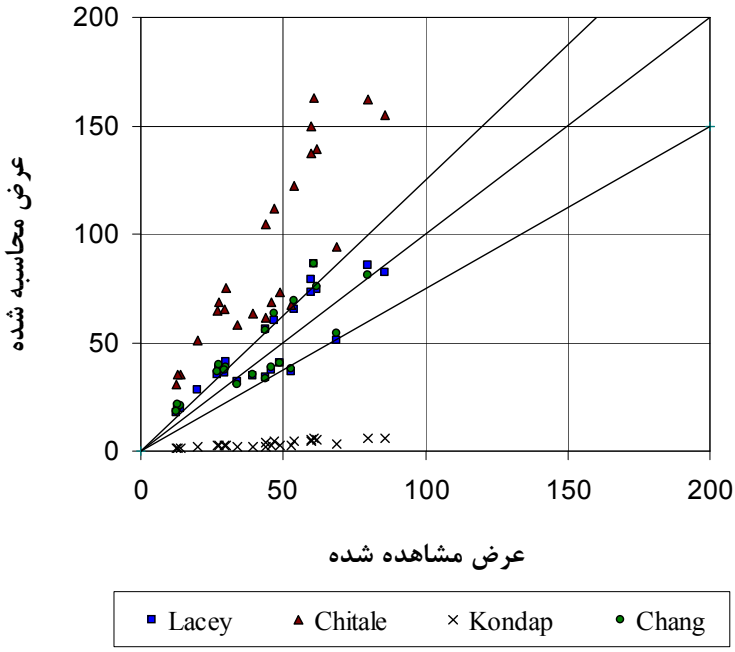
$\nu = ۱/۰۷ \times ۱۰^{-۶}\ m^۲/s$ و $\rho = ۲۶۵۰\ kg/m^۳$, $\rho = ۱۰۰۰\ kg/m^۳$

نتایج و بحث

۱. جریان یک‌نواخت

الف) عرض کانال

شکل ۱ برازش مقادیر اندازه‌گیری شده عرض کانال را در مقابل عرض پیش‌بینی شده توسط معادلات جدول ۳ نشان می‌دهد. در این شکل خط برازش ایدآل در وسط و خطوط بالا و پایین این خط حدود اطمینان ۲۵٪± را نشان می‌دهند. با ملاحظه شکل ۱ مشخص می‌شود که معادله شیتال به طور قابل توجهی عرض کانال را بزرگ‌تر پیش‌بینی می‌کند، به نحوی که برای هر ۲۴ کانال مورد مطالعه مقادیر عرض خارج از حد اطمینان ۲۵٪+ می‌باشند. از طرف دیگر معادله کنداب و گارد به مقدار زیاد عرض کانال را کوچک‌تر برآورد می‌نماید، به نحوی که تمام ۲۴ عرض محاسبه شده توسط این روش خارج از حد اطمینان ۲۵٪- قرار می‌گیرند. هم‌چنین معادلات لاسی و چانگ هر یک ۱۱ مورد عرض کانال را بزرگ‌تر از حد ۲۵٪+ برای داده‌های این مطالعه نشان می‌دهند. مقادیر ریشه خطای حداقل مربعات (RMSE) معادلات شیتال و کنداب و گارد به ترتیب با ۵۳/۶۵ و ۴۵/۹۳ نشان می‌دهد که تفاوت قابل ملاحظه بین پیش‌بینی عرض توسط این معادلات و مقادیر اندازه‌گیری شده وجود دارد. مقادیر RMSE معادلات لاسی و چانگ به ترتیب برابر با



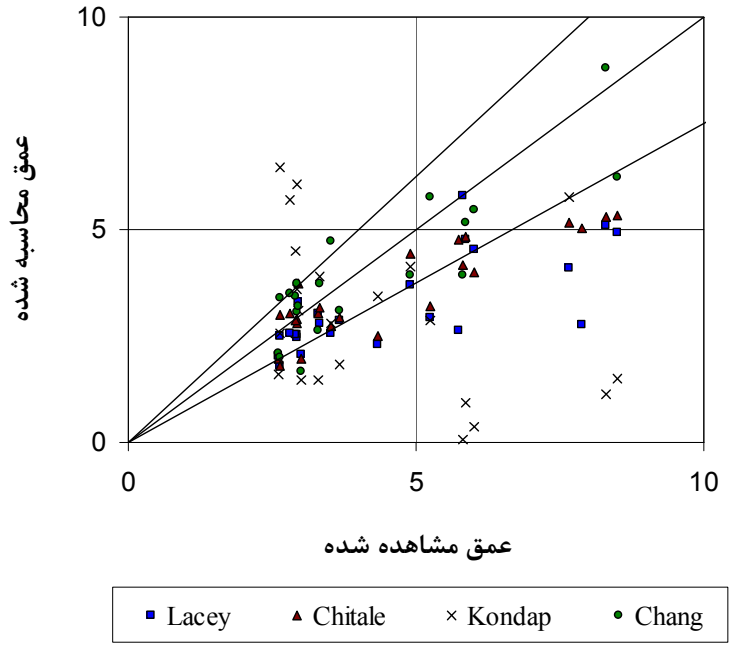
شکل ۱. مقایسه عرض اندازه‌گیری شده با عرض محاسبه شده توسط معادلات جدول ۳

۱۱/۸۱ و ۱۱/۹۴ برآورد مناسب‌تر این معادلات را نسبت به معادلات شیتال و کنداپ و گارد نشان می‌دهند.

لازم به ذکر است که معادله عرض چانگ به عواملی مانند S و S_c (شیب و شیب بحرانی) وابسته است که اندازه‌گیری و برآورد دقیق آنها به ویژه در کانال‌های طبیعی بسیار مشکل می‌باشد. بر اساس نتایج این تحقیق کاربرد معادله عرض چانگ در چهار مورد منتهی به شرایطی می‌گردد که در آن $S_c>S$ می‌باشد که نتیجه آن عدم حصول مقدار عددی معین و صحیح برای عرض کانال می‌باشد. از چهار مورد فوق‌الذکر دو مورد آن مربوط به کانال‌های شنی ($d_{50} = 7^{mm}$) می‌باشد. این موضوع حساسیت معادله چانگ را به اندازه قطر رسوب و شرایط جریان در کانال نشان می‌دهد. هم‌چنین اگر چه معادلات لاسی و شیتال هر دو فقط به دبی جریان به عنوان متغیر مستقل بستگی دارند اما نتایج پیش‌بینی آنها کاملاً متفاوت است، به طوری که معادله شیتال علاوه بر بزرگتر تخمین زدن عرض کانال به طور قابل توجهی به اندازه ذره رسوب حساس می‌باشد. بر این اساس معادله شیتال مقادیر عرض کانال را برای دو کانال شنی ($d_{50} = 7^{mm}$) کاملاً غیر منطقی و بسیار بزرگ‌تر از مقدار اندازه‌گیری شده، تخمین می‌زند. به دلیل بسیار بزرگ بودن برآورد عرض این دو کانال توسط معادله شیتال، مقادیر آنها از شکل ۱ حذف گردیدند.

ب) عمق جریان

شکل ۲، همانند شکل ۱ برازش مقادیر اندازه‌گیری عمق جریان مقابل مقادیر پیش‌بینی شده توسط معادلات عمق جریان در جدول ۳ را به همراه خط ایدآل و خطوط حدود اطمینان ۲۵٪± نشان می‌دهد. بر اساس شکل ۲، معادله لاسی در هیچ موردی عمق جریان را بزرگ‌تر ازحد اطمینان ۲۵٪+ تخمین نمی‌زند. اگرچه در ۱۰ مورد عمق جریان را کوچک‌تر از حد اطمینان ۲۵٪- برآورد می‌نماید. معادله شیتال در یک مورد تخمین بزرگ‌تر و در ۱۱ مورد عمق جریان را کوچک‌تر از مقدار اندازه‌گیری شده با حدود اطمینان ۲۵٪± برآورد می‌کند. معادله کنداپ و گارد با ۶ مورد برآورد خارج حد اطمینان ۲۵٪+ و ۱۰ مورد خارج از حد اطمینان ۲۵٪- نامناسب‌ترین معادله پیش‌بینی



شکل ۲. مقایسه عمق جریان اندازه‌گیری شده با عمق جریان محاسبه شده توسط معادلات جدول ۳

عمق جریان در این تحقیق می‌باشد. معادله چانگ با ۳ مورد تخمین بزرگ‌تر و ۲ مورد تخمین کوچک‌تر از حدود اطمینان ٪۲۵± مناسب‌ترین معادله پیش‌بینی عمق جریان در این مطالعه می‌باشد. از طرف دیگر مقادیر RMSE چهار معادله انتخابی عمق جریان یعنی لاسی، شیتال، کنداپ و گارد و چانگ به ترتیب ۱/۹۷۷، ۱/۵۲۹، ۳۴/۲۹۹ و ۰/۹۶۰ می‌باشد. ملاحظه این مقادیر نتایج به دست آمده از مشاهدات گرافیکی شکل ۲ را تأیید می‌نماید.

لازم به ذکر است که وابستگی معادله عمق جریان چانگ به شیب (S) و شیب بحرانی (S_c) کاربرد آن را محدود و توأم با احتیاط می‌نماید به طوری که هر گاه $S_c>S$ باشد نمی‌توان به مقداری معین برای عمق جریان توسط این معادله دست یافت.

نکته قابل توجه در پیش‌بینی‌های انجام شده براساس چهار معادله انتخابی برای عرض و همین طور چهار معادله انتخابی برای عمق عدم تأثیر پیچیدگی ظاهری آنها به دلیل کاربرد متغیرهای بیشتر در بهبود نتایج می‌باشد. به عبارت دیگر اگرچه معادله کنداپ و گارد از قطر ذره و مشخصات رسوب و آب مانند ρ_s ،ρ و ν به عنوان ورودی استفاده می‌کند ولی نتایج حاصل بسیار ضعیف‌تر از معادله لاسی است که فقط از دبی جریان به عنوان ورودی استفاده می‌نماید. در واقع نتایج حاصل از مقایسه معادلات عرض و عمق جریان در این پژوهش نشان می‌دهد قدرت پیش‌بینی معادلات بیشتر از آن که به شرایط سیال و رسوب وابسته باشند، به شرایط جغرافیایی و هیدرولوژیکی داده‌های اندازه‌گیری شده بستگی دارند. این شرایط به صورت ضرایب و توان‌ها در معادلات ظاهر می‌شوند به طوری که با وجود یکسان بودن ورودی معادلات لاسی و شیتال (هر دو فقط از دبی جریان استفاده می‌کنند)، نتایج پیش‌بینی آنها کاملاً متفاوت است. مقادیر بزرگ RMSE برای معادلات انتخابی عرض و عمق ارائه شده در جدول ۳ نشان می‌دهد که دبی جریان و قطر ذره پارامترهای ورودی کافی برای داشتن پیش‌بینی مناسب مقطع پایدار نیستند

۲. جریان غیر یک‌نواخت

این روش توسط افضلی مهر (۱) براساس تئوری لایه مرزی با

استفاده از پروفیل سرعت توسعه یافته است. فرضیه بنیادی که از طریق تجربه تأئید شده آن است که پروفیل سرعت را می‌توان به دو ناحیه داخلی و خارجی تقسیم کرد و برازش مناسبی از قانون لگاریتمی در ناحیه داخلی که حدود ۲۰٪ عمق جریان در نزدیک بستر را شامل می‌شود به دست آورد (۷). قانون لگاریتمی توزیع سرعت در ناحیه داخلی امکان محاسبه سرعت برشی و در پی آن امکان محاسبه پارامتر شیلدز که از مهم‌ترین پارامترهای هیدرولیک رسوب بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_{*\theta} = \frac{\tau_\theta}{(\rho_s - \rho)g d_{۸۴}} \qquad [۲]$$

را فراهم می‌سازد که در آن $\tau_{*\theta}$: پارامتر شیلدز، τ_θ : تنش برشی بستر، ρ_s : چگالی رسوب، ρ : چگالی آب، g : شتاب ثقل و $d_{۸۴}$: قطر مشخصه ذرات رسوب در منحنی دانه بندی است که ۸۴٪ ذرات از آن ریزتر می‌باشند.

پارامتر شیلدز به طور قابل توجهی قابلیت پیش بینی مشخصات هندسی مقطع پایدار مانند عمق جریان و توزیع تنش برشی و شیب کف کانال را بهبود می‌بخشد. علت عمده این بهبود در نظر گرفتن ساختار میکروسکوپیک (موضعی) جریان در هر مقطع کانال می‌باشد. از طرف دیگر کاربرد فقط ۲۰٪ داده‌های عمق جریان در محاسبه تنش برشی خطر هر نوع هم‌بستگی ساختگی (Spurious correlation) را از بین می‌برد. زیرا در این حالت به جای کاربرد تمام داده‌های نیم‌رخ سرعت مربوط به یک عمق جریان h، فقط از داده‌های ۲۰٪ عمق جریان نزدیک بستر استفاده می شود. در نتیجه برای به دست آوردن یک معادله مانند معادله ۴ در دو طرف از عمق جریان، h استفاده نمی‌شود تا وجود این متغیر مشترک باعث افزایش ساختگی ضریب تعیین معادله گردد.

پارامترهای به دست آمده از تعداد ۲۱ نیم‌رخ سرعت اندازه‌گیری شده تحت جریان دائمی غیر یک‌نواخت در رودخانه شنی گاماسیاب در جدول ۲ ارائه شده‌اند. نتایج حاصل برای جریان غیر یک‌نواخت به صورت زیر ارائه می‌شود:

الف) عرض کانال

برای تعیین عوامل موثر در پیش بینی عرض کانال با استفاده از آنالیز ابعادی از تمام متغیرهای اندازه‌گیری شده در جدول ۲ استفاده گردید که در نتیجه فقط دبی جریان، پارامتر شیلدز و قطر ذره اثر معنی‌داری بر پیش‌بینی عرض کانال نشان دادند. بنابراین، با استفاده از روش آنالیز رگرسیونی برای ۲۱ نیم‌رخ سرعت اندازه‌گیری شده در این مطالعه معادله زیر برای عرض جریان ارائه می‌گردد:

$$w = ۰/۰۷۴ d_{۸۴}^{-۰/۷۵} Q^{۰/۴۷} \tau_{*\theta}^{-۰/۴۵} \qquad (R^۲ = ۰/۷۲) \qquad [۳]$$

ضریب تعیین ۷۲٪ نشان می‌دهد که عوامل مستقل Q، $\tau_{*\theta}$ و $d_{۸۴}$ می توانند ۷۲٪ توافق بین مقدار اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده عرض کانال ایجاد کنند. در محاسبه $\tau_{*\theta}$ از سرعت برشی به روش کلازر (۱۵) استفاده به عمل آمده که فقط از داده‌های ۲۰٪ نزدیک بستر استفاده می‌کند که خود خطر هم‌بستگی ساختگی را منتفی می‌کند. هم‌چنین نمای دبی در این معادله نزدیک به عدد ۰/۵ می‌باشد که هم‌آهنگی جالبی با معادلات ارائه شده در جدول ۳ نشان می‌دهد.

ب) عمق کانال

با استفاده از روش هم‌بستگی آماری برای ۲۱ نیم‌رخ سرعت و با در نظر گرفتن فرایند انتخاب مدل در نرم‌افزار SAS ، معادله زیر برای عمق متوسط جریان پیشنهاد گردید:

$$h = ۰/۷۴۵ Q^{۰/۳۷۹} \tau_{*\theta}^{-۰/۲۹۹} \qquad (R^۲ = ۰/۸۵) \qquad [۴]$$

این معادله نشان می‌دهد که نمای دبی در معادله فوق به طور قابل ملاحظه‌ای متناسب با معادلات انتخابی در جدول ۳ می‌باشد و هم‌چنین عمق جریان به طور معکوس متناسب با پارامتر شیلدز می‌باشد. لازم به ذکر است که در صورت عدم استفاده از روش لایه مرزی برای محاسبه سرعت برشی مبتنی بر داده‌های ناحیه داخلی نیم‌رخ سرعت در برآورد پارامتر شیلدز، تنش برشی به صورت $\tau_\theta = \gamma h S$ تعریف می‌گردید که به دلیل کاربرد h و S در طرف راست و چپ معادله‌های ۴ و ۵ ضریب تعیین به طور ساختگی افزایش می‌یافت.

ج) شیب کف کانال

بدون کاربرد تئوری لایه مرزی امکان ارائه یک معادله مناسب برای شیب کف کانال وجود ندارد و در بهترین شرایط برای داده های ۲۸۰ رودخانه در نقاط مختلف جهان $R^2 = ۰/۰۶$ می‌باشد (۱). ولی کاربرد این تئوری که امکان تخمین مناسبی از تنش برشی بستر و در پی آن پارامتر شیلدز را فراهم می‌کند افزایش قابل توجهی را در ضریب تعیین ایجاد می‌کند که اگر چه هنوز مطلوب نیست ولی نسبت به وضع موجود معادلات شیب (۱) به طور قابل توجهی دارای پیش بینی بهتری می‌باشد. معادله شیب کف براساس داده‌های رودخانه گاماسیاب به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$S = ۶۵/۵۴ d_{۸۴}^{۲/۰۸۴} Q^{۰/۱۴۹} \tau_{*\theta}^{۰/۵۷۵} \qquad (R^2 = ۰/۴۶) \qquad [۵]$$

این معادله نشان می‌دهد که در نظر گرفتن پارامتر شیلدز در تخمین شیب کانال نه تنها می‌تواند قدرت پیش‌بینی مشخصات مقطع کانال پایدار را افزایش دهد، بلکه قادر است به دلیل کاربرد روش لایه مرزی در تخمین آن، اثر ساختار توزیع تنش برشی در امتداد قائم (τ_θ) برای جریان غیر یک‌نواخت را که متمایز از جریان یک‌نواخت در محاسبه سرعت برشی بستر می‌باشد در غالب ضریب و نمای حاصل از معادله هم‌بستگی تصویر کند.

نتیجه‌گیری

بر اساس این تحقیق می‌توان نتایج زیر را استنتاج نمود :

۱. معادلات مطالعه شده در این مقاله براساس تئوری رژیم برای طراحی کانال‌های پایدار با جریان یک‌نواخت قادر به پیش‌بینی مناسب برای تمام پارامترهای مقطع پایدار شامل عرض و عمق و شیب نیستند.

۲. هر دو روش تجربی و نیمه تجربی قادر به توضیح فرایند ایجاد مقطع پایدار نیستند. اگر چه هر دو روش می‌توانند به نتایج نسبتاً مناسب منطقه‌ای بدون توضیح فرایند تئوریک برسند. بنابراین ضرورت ارائه روابط منطقه‌ای به ویژه در ایران اجتناب ناپذیر است.

۳. کاربرد تئوری لایه مرزی و در نظر گرفتن جریان غیر یک‌نواخت که در پارامتر سرعت برشی u_* برای محاسبه پارامتر شیلدز $\tau_{*\theta}$ در معادلات ۳، ۴ و ۵ مورد استفاده قرار گرفت به طور قابل ملاحظه‌ای قدرت پیش‌بینی مشخصات مقطع کانال پایدار به ویژه عمق و عرض کانال را افزایش می‌دهد.

۴. کاربرد داده‌های در دسترس نشان داد معادله شیب چانگ نیز تخمین مناسبی از این پارامتر به دست نمی‌دهد بنابراین در این مقاله از روش تحلیلی چانگ صرفاً برای تجزیه و تحلیل عرض و عمق جریان استفاده گردید و از ارائه نتایج شیب صرف نظر شد.

۵. معادلات مورد مطالعه برای جریان یک‌نواخت در این تحقیق و سایر پژوهش‌ها از دبی جریان و قطر ذره به عنوان عوامل اصلی پیش‌بینی مقطع کانال پایدار استفاده می‌کنند. برای بهبود قدرت پیش‌بینی مقطع کانال پایدار لازم است سایر عوامل و پارامترهای هیدرولیکی مانند پوشش گیاهی کانال و دبی رسوب در مطالعات بعدی مورد توجه قرار گیرند. در این راستا مطالعه توزیع تنش برشی بستر می‌تواند کمک قابل توجهی به درک مکانیزم تعدیل و بهبود پیش‌بینی طراحی کانال‌های پایدار نماید.

۶. دانش موجود برای مکانیزم تعدیل و پیش‌بینی شیب کانال پایدار هنوز کافی و مناسب نیست. تحقیق در این زمینه برای کاهش هزینه نگه‌داری کانال پایدار بسیار ضروری و اجتناب ناپذیر است.

منابع مورد استفاده

۱. افضلی مهر، ح. ۱۳۸۰. طراحی کانال‌های پایدار در بستر شنی. علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی۳(۵): ۱۷-۳۱.

2. ASCE Task Committee on Hydraulics. 1998. Bank Mechanics and modeling of river width adjustment.1: processes and mechanisms. J. Hydraul. Eng. ASCE 124 (9): 881-902.
3. Bogardi, J. 1974. Sediment Transport in Alluvial Streams. Akademiai Kiado, Budapest.
4. Chang, H. H. 1985. Design of stable alluvial canals in a system. J. Irrig. Drain. Eng. ASCE 111(1): 36-43.
5. Chitale, S. V. 1966. Hydraulic of stable channels. New Delhi, India Ministry of irrigation of government of India, 275-323.
6. Julien, P. Y. and J. Wargadalam. 1995. Alluvial channel gemetry: Theory and applications. J. Hydraul. Eng. ASCE 121(4): 312-325.
7. Kironoto, B. and W. H. Graf. 1994. Turbulence characteristics in rough uniform open - channel flow. Proc. Inst. Civ. Eng., Wat, Marit. & Energy 106: 333-344 GB.
8. Kondap, D. M. and R. J. Garde. 1980. Application of optimization principles in the study of stable channels. Proceedings Inter. Workshop on Alluvial River Problems, University of Roorkee, Roorkee, India.
9. Lacey, G. 1958. Flow in alluvial channels with sand mobile beds. Proc. Inst. Civ. Eng., London, 9, Discussion 11.
10. Leopold, L. B. and W. B. Langbein. 1962. The concept of entropy in landscape evolution. U. S. Geol. Survey, Prof. paper 5oo-A.
11. Lindley, E. S. 1919. Regime channels. Proc. Punjab Eng. Congress. Vol. VII, India.
12. Millar, R. G. and M. C. Quick. 1998. Stable width and depth of gravel-bed rivers with Cohesive banks. J. Hydraul. Eng. ASCE 124 (10): 1005-1013.
13. Simons, D.B. 1957. Theory and design of stable channels in alluvial materials. Ph.D. Thesis, Colorado State University.
14. Song, C .S .S. and C. T. Yang. 1980. Minimum stream power: theory. J. Hydraul. Eng. ASCE 106(9): 1477-1488.
15. Song, T., W. H. Graf and U. Lemmin. 1994. Uniform flow in open channels with movable gravel bed. J. Hydraul. Res. 32(6): 861-876.
16. White, W. R., R. Bettess and E. Paris. 1982. Analytical approach to river regime. J. Hydraul. Eng. ASCE 108(10): 1179-1193.