

## تحلیل پیامدهای افزایش سطح زیر کشت کلزا در دشت نمدان استان فارس:

## کاربرد مدل برنامه‌ریزی ریاضی مثبت

ابوالفضل محسنی و منصور زیبایی<sup>\*۱</sup>

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۹/۱۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۷/۱۲/۲۴)

## چکیده

به این علت که سیاست‌های کشاورزی مختلف را نمی‌توان در محیط آزمایشگاهی مورد بررسی قرار داد، آثار بالقوه سیاست‌ها بایستی قبل، حین یا بعد از اعمال سیاست با استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی (MP) مورد تحلیل قرار گیرند. در این رابطه پیامدهای افزایش سطح زیر کشت کلزا در سطح مزارع نماینده دشت نمدان با استفاده از مدل برنامه‌ریزی ریاضی مثبت (PMP) که به‌منظور غلبه بر خصیصه تجویزی مدل‌های بهینه‌سازی ارتقا یافته است، مورد بررسی قرار گرفت. هدف اصلی PMP این است که حتی‌الامکان تصویری حقیقی از شرایط را ارائه نموده و سپس رفتار کشاورزان را به‌عنوان پارامترهایی که هدف مداخله سیاست کشاورزی است، شبیه‌سازی کند. بر اساس نتایج این مطالعه پیامدهای افزایش سطح زیر کشت کلزا عبارت است از کاهش سطح زیر کشت گندم و لوبیا و افزایش درآمد انتظاری مزارع نماینده، ولی چون هم‌زمان واریانس سود نیز افزایش می‌یابد، اثر خالص این سیاست بر مطلوبیت مزارع نماینده به‌طور کامل مشخص نیست. همچنین نتایج نشان داد که با ورود کلزا به الگوی کشت کشاورزان، مصرف سموم شیمیایی افزایش خواهد یافت، ولی اثر سیاست بر مصرف آب در مزارع نماینده متفاوت است و به سیاست جایگزینی کلزا با گندم نمی‌توان به‌عنوان یک سیاست مدیریت تقاضای آب نگاه کرد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل سیاست، افزایش سطح زیر کشت کلزا، برنامه‌ریزی ریاضی مثبت

## مقدمه

ارزی اختصاص یافته به این کالا باشد. یکی از محصولات مهم برای تولید روغن خوراکی، کلزا است که می‌تواند نقش مهمی را در این عرصه ایفا کند (۲). کشت تجاری کلزا از سال ۱۹۴۲ در کانادا آغاز شده است. تولید کلزای جهان در سال ۲۰۰۰ برابر با ۳۹،۵۱۷،۷۴۸ تن بوده و در حال حاضر روغن آن حدود ۱۴/۷ درصد از کل تولید روغن نباتی جهان را به خود اختصاص داده است. میزان بالای روغن در دانه کلزا که در برخی از ارقام به ۴۸ درصد می‌رسد و

روغن خوراکی از جمله اقلام غذایی است که از طریق واردات تأمین می‌شود و هر ساله بخشی از منابع کمیاب ارزی به این کالا اختصاص می‌یابد. به‌عنوان مثال در سال ۱۳۷۹ بالغ بر ۱۹۲۵ میلیارد ریال به واردات این کالا اختصاص داده شده است و تنها حدود ۸ درصد از نیاز کشور به روغن از منابع داخلی تأمین شده است. توسعه منابع داخلی جهت تولید روغن خوراکی می‌تواند راه‌کار مناسب برای صرفه جویی در منابع

۱. به ترتیب دانشجوی سابق کارشناسی ارشد و استادیار اقتصاد کشاورزی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شیراز

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: zibaei@shirazu.ac.ir

استان مازندران با تولید ۶۴،۹۱۹ تن قرار دارد. پس از این دو استان که کلزا اکثراً در آنها به صورت دیم کشت می‌شود، استان فارس با تولید ۲۹/۲۹۰ تن در سال ۱۳۸۵ در جایگاه سوم قرار دارد، البته اگر فقط کشت آبی کلزا را در نظر بگیریم، استان فارس رتبه نخست را در اختیار خواهد داشت. هم‌چنین استان فارس با عملکرد ۲۹۰۲ کیلوگرم در هکتار بالاترین عملکرد را در بین استان‌های کشور در سال ۱۳۸۵ به خود اختصاص داده است (۴). با این اوصاف جا دارد بررسی شود که ورود این محصول در الگوی کشت چه تأثیری بر الگوی کشت، درآمد زارعین و میزان استفاده از منابع آب و خاک گذاشته است.

در حال حاضر مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی تبدیل به یک وسیله مهم و با کاربرد وسیع در تحلیل سیاست‌های کشاورزی شده‌اند. یک مزیت مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی در تحلیل سیاست‌های کشاورزی توانایی این مدل‌ها در بررسی جزئی‌تر تأثیر سیاست‌ها در سطح مزرعه می‌باشد (۲۱).

مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی به سه دسته مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی تجویزی (Normative Mathematical Programming) (NMP) یا مدل‌های بهینه‌سازی، مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی مثبت (PMP) و مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی اقتصادسنجی (Econometrics Mathematical Programming) (EMP) تقسیم می‌شوند (۱۰).

مدل‌های NMP بیش از ۵۰ سال است که در اقتصاد کشاورزی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این نوع مدل‌ها یک جواب بهینه از میان جواب‌های ممکن با استفاده از قوانین تصمیم‌گیری از قبل تعریف شده انتخاب می‌شود (۱۲). در این نوع مدل‌ها پارامترهای تابع هدف و محدودیت‌ها بر اساس داده‌های تاریخی کالیبره نمی‌شوند. بدین معنا که برای ساختن یک مدل NMP، اطلاعات بنیادی مربوط به سیستم کافی است. بنابراین اشکال عمده مدل‌های NMP در این است که تضمین نمی‌کنند که جواب‌های مدل همان جواب‌های سال پایه باشند (۱۷).

هم‌چنین ترکیب مناسب اسیدهای چرب موجود در آن، موجب تسلط آن بر بازارهای جهانی روغن شده است (۱).

علاوه بر ضرورت تأمین روغن نباتی مورد نیاز جامعه از منابع داخلی، پاره‌ای ملاحظات فنی موجب گردیده تا وزارت جهاد کشاورزی، معرفی کلزا به الگوی کشت زارعین را به‌عنوان یک سیاست پیگیری نماید، اهم این ملاحظات به قرار زیر است (۳):

۱- می‌توان کلزا را در تناوب با گندم و جو کاشت و باعث کاهش بیماری‌ها، آفات و علف‌های هرز غلات شد.

۲- چون کلزا محصولی شتوی می‌باشد، بر خلاف سایر دانه‌های روغنی در رقابت با محصولات پردرآمد بهاره قرار نمی‌گیرد.

۳- تأثیری مثبت در میزان ماده آلی خاک بر جای گذاشته و در تأمین علوفه مورد نیاز دام زارعین نیز موثر است.

۴- زمانی که ظرفیت واحدهای روغن‌کشی خالی است این گیاه برداشت می‌شود.

۵- می‌توان با کشت کلزا و به‌ویژه ارقام زودرس، مشکلات ناشی از هم‌زمانی آبیاری محصولات بهاره را حل نمود.

در دو دهه اخیر جهت وارد کردن کلزا به الگوی کشت، تحقیقات به‌نژادی و به‌زراعی متعددی در رابطه با این محصول صورت گرفته است. نتایج این تحقیقات، حکایت از آن دارد که توسعه کلزا در ایران امکان‌پذیر است و می‌تواند در کاهش وابستگی به خارج در زمینه روغن گیاهی، مؤثر باشد. با توجه به این یافته‌ها، در برنامه پنج‌ساله سوم توسعه اقتصادی و اجتماعی کشور پیش‌بینی شده است که سطح زیر کشت این محصول به ۳۶۰ هزار هکتار افزایش یابد (۱).

در عمل تولید محصول کلزا در کشور از ۵۰/۶۵ تن در سال ۱۳۷۲ به ۳۱۵/۰۸۹ تن در سال ۱۳۸۵ رسیده است که گویای رشد متوسطی معادل ۹۵/۸ درصد در سال است. در میان استان‌های کشور در سال ۱۳۸۵ استان گلستان با تولید ۱۱۹/۰۸۵ تن که حدود ۳۷ درصد از تولید کل کشور را شامل می‌شود، بیشترین تولید را داشته است. پس از استان گلستان نیز

نتایج هنجاری که محدودیت‌های سنجش دیکته می‌کنند، را به دست می‌دهند. به این دلیل، نتایج سیاست‌سازی به مجموعه‌ای از محدودیت‌ها که صرفاً برای سال پایه و نه برای بررسی تغییر سیاست‌ها مناسب‌اند، محدود می‌شود. این مسأله زمانی که مدل منطقه‌ای با تعداد کمی محدودیت‌های تجربی اما، با دامنه گسترده‌ای از تنوع در تولید محصولات زراعی طراحی می‌شوند، تشدید می‌گردد (۱۴). کارهای اخیر پاریس و هویت از دانشگاه دیویس امریکا، بسیاری از اقتصاددانان کشاورزی را به کاربرد برنامه‌ریزی ریاضی مثبت به عنوان یک ابزار آنالیز اثرات بالقوه سیاست‌های کشاورزی بر بخش کشاورزی، متمایل کرده است. استفاده از این روش برای دو پروژه مهم کمیسیون اروپا (کمیسیون اروپا در پروژه‌های FAIR5-PL97-3403 (با هدایت جودز و همکاران) و پروژه FAIR96-1849 (با هدایت هندریچ میر) از PMP استفاده کرده است) افزایش علاقه به استفاده از این روش را نشان می‌دهد (۲۲).

ایده کلی در PMP استفاده از اطلاعات موجود در متغیرهای دوگان محدودیت‌های کالیبراسیونی است که جواب مسأله برنامه‌ریزی خطی را به سطح فعالیت‌های موجود محدود می‌کنند. این مقادیر دوگان برای تصریح تابع هدف غیرخطی‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند که سطح فعالیت‌های مشاهده شده را مجدداً از طریق جواب بهینه مسأله برنامه‌ریزی جدیدی که فاقد محدودیت کالیبراسیون است بازسازی می‌کند (۱۹). PMP دارای سه مرحله به شرح زیر است:

به شیوه فرمولی مرحله اول PMP را با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی خطی ساده که برای حداکثر کردن سود طراحی شده، می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= R'x - c'x \\ \text{Sub. to: } A x &\leq B [\pi] \\ x &\leq (x^0 + \varepsilon) [\lambda] \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

که در آن:

Z: مقدار هدف که بایستی حداکثر شود

R: بردار درآمد (حاصل ضرب قیمت در عملکرد) محصولات

مدل‌های PMP برای غلبه بر اشکالات مدل‌های NMP توسعه پیدا کرده‌اند. بر خلاف مدل‌های NMP، در مدل‌های PMP برخی پارامترها برای بازسازی داده‌های مشاهده شده در سال پایه تعدیل می‌شوند. بنابراین PMP تضمین می‌کند که جواب‌های مدل همان جواب‌های سال پایه باشند که این مسأله باعث محبوبیت PMP برای تحلیل سیاست شده است (۹). اولین بار هویت مدل PMP را معرفی نمود. در هنگام تخمین تابع هزینه غیرخطی مربوط به تابع هدف PMP، تعداد پارامترهایی که بایستی تخمین زده شوند بیشتر از داده‌های موجود است. این مسأله باعث می‌گردد تا درجه آزادی این تخمین منفی گردد و نتوان همه این پارامترها را تخمین زد. در مدل‌های اولیه PMP، برای رفع این مشکل فرض می‌شد که عناصر غیرقطری ماتریس مربوط به پارامترهای تابع هزینه درجه دوم صفر است و سپس این مسأله حل می‌گردد (۷، ۱۲ و ۱۳). با این فرض تأثیراتی همچون، اثرات تناوبی که محصولات مختلف بر یکدیگر می‌گذارند نادیده گرفته می‌شود. پاریس و هویت (۲۰)، استفاده از روش ماکزیمم آنترופی (Maximum entropy) را برای رفع این مشکل پیشنهاد نمودند. با استفاده از این روش مشکل درجه آزادی منفی PMP حل گشته و می‌توان کل عناصر تابع هزینه غیرخطی مربوط به تابع هدف PMP را بدون نیاز به در نظر گرفتن هیچ فرضی تخمین زد. در مطالعات تجربی زیادی سیاست‌های مختلف با استفاده از این روش تحلیل شده‌اند.

## مواد و روش‌ها

### مدل برنامه‌ریزی ریاضی مثبت

تحلیل سیاست بر اساس مدل‌های تجویزی (Normative Models) که تفاوت فاحشی بین نتایج مدل و سطح موجود فعالیت‌ها نشان می‌دهند، در حالت کلی قابل قبول نیست. در عین حال، سنجش یا اضافه کردن محدودیت‌های غیرخطی نیز چندان رضایت‌بخش نیست. مدل‌هایی که به شدت دارای محدودیت‌های اضافی می‌گردند، فقط زیرمجموعه‌ای از

$X$  و  $C$ : بردار سطح تولید و بردار هزینه‌های متغیر هر واحد هر یک از محصولات

$A$ : ماتریس ضرایب فنی

$B$  و  $\pi$ : به ترتیب بردار منابع موجود و متغیرهای دوگان (یا قیمت‌های سایه‌ای) این منابع

$X^0$ : سطح فعالیت مشاهده شده در سال پایه

$\varepsilon$  و  $\lambda$ : به ترتیب برداری از اعداد کوچک مثبت و متغیر دوگان محدودیت کالیبراسیون

زمانی که آب محدود است و هدف تخصیص بهینه منابع آب نیز وجود دارد، چنین مدل‌هایی به دلیل عدم تخصیص بهینه آب از کارایی لازم برخوردار نمی‌باشند. بنابراین ضروری است که استراتژی‌های آبیاری متفاوتی برای هر محصول در نظر گرفته شود. برای این منظور چهار سطح آبیاری برای هر یک از محصولات شامل آبیاری کامل، آبیاری با ۹۰٪ نیاز آبی محصول، آبیاری با ۸۰٪ نیاز آبی محصول و آبیاری با ۷۰٪ نیاز آبی گیاه در نظر گرفته شده است. هر استراتژی آبیاری به صورت یک فعالیت در مدل وارد می‌شود. بنابراین با توجه به وجود پنج محصول، مدل دارای ۲۰ فعالیت می‌باشد. نام هر فعالیت مشتعل است بر نام محصول و شماره‌ای که منعکس کننده استراتژی آبیاری است. به عنوان مثال دو فعالیت گندم ۱ و گندم ۲ که هر چند این دو فعالیت هر دو مربوط به گندم هستند، اما استراتژی آبیاری آنها متفاوت است. با افزایش شماره، مقدار آب مصرفی کاسته شده و در نتیجه عملکرد نسبی یعنی نسبت عملکرد فعلی ( $Y_a$ ) به عملکرد بالقوه یعنی عملکرد تحت شرایط آبیاری کامل ( $Y_p$ ) کاسته می‌شود.

برای محاسبه نسبت عملکرد فعلی به عملکرد بالقوه از رابطه زیر که به وسیله مییر و همکاران (۱۹) پیشنهاد شده است، استفاده گردید:

$$\frac{Y_a}{Y_p} = 1 - KY \left[ 1 - \frac{W_a}{W_p} \right]$$

که در آن:

$Y_p$ : حداکثر محصول تولیدی در شرایط بدون تنش آبی

$Y_a$ : مقدار محصول واقعی در شرایط واقعی (شرایط تنش آبی)  
 $KY$ : ضریب واکنش عملکرد نسبت به آب در کل دوره رشد که در جدول ۱ مقادیر آن آورده شده است.

$W_p$ : حداکثر آب آبیاری مورد نیاز گیاه

$W_a$ : مقدار آب آبیاری مورد نیاز گیاه در کل دوره رشد که مقدار آن در شرایط آبیاری کامل برابر با  $W_p$  و در شرایط اعمال کم آبیاری از طریق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$W_{ai} = (1 - \Delta) W_{pi}$$

که در آن  $\Delta$  مقدار کاهش نسبی مصرف آب در کل دوره رشد (کوچک‌تر یا مساوی یک) است.

در این مدل دو نوع محدودیت وجود دارد که محدودیت اول، محدودیت منابع و محدودیت دوم، محدودیت کالیبراسیون نام دارد. اضافه کردن محدودیت کالیبراسیون باعث می‌گردد که جواب بهینه برنامه‌ریزی خطی دقیقاً سطح فعالیت‌های مشاهده شده در سال پایه را به دست دهد (۱۶).

محدودیت منابع شامل ۴ محدودیت زمین، آب، نیروی کار و نقدینگی به صورت زیر است.

محدودیت ۱، محدودیت زمین بوده و بیانگر آن است که کل اراضی تخصیص یافته بین فعالیت‌ها نمی‌تواند بیش از کل اراضی موجود واحد باشد. این محدودیت به صورت ماهیانه وارد شده و به صورت رابطه زیر است:

$$\sum_{j=1}^n X_j \leq X_{Total}$$

که در آن:

$X_j$ : سطح زیرکشت محصول  $j$  (بر حسب هکتار و شامل گندم، جو، چغندر قند، کلزا و لوبیا در سطوح مختلف کم آبیاری)  
 $X_{Total}$ : کل اراضی موجود در مزرعه نماینده (بر حسب هکتار)

با توجه به ارزش آب در کشاورزی و محدودیت این منبع مهم و حیاتی و وجود خشک‌سالی‌های متناوب و نیز با توجه به اهمیت زمان در مورد این منبع، لازم است تا تخصیص این منبع

جدول ۱. ضریب واکنش عملکرد به آب (KY) در کل دوره رشد گیاه

محصول	عدس	جو	نخود	لوبیا	چغندر	کلزا	گندم
ضریب واکنش عملکرد به آب	۱/۱۵	۱	۱/۱۵	۱/۱۵	۰/۸	۱/۱	۱

مأخذ: نشریه شماره ۵۶، فائو

حسب تومان در هکتار).

در مرحله دوم PMP، مقادیر بآبرای به دست آوردن یک تابع هزینه متغیر غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرند. معمولاً برای آسانی محاسبه و فقدان دلایل قوی برای انتخاب توابع دیگر، از تابع هزینه متغیر درجه دوم زیر استفاده می‌گردد.

$$C^v = d'x + \frac{1}{2}x'Qx$$

که در آن

$C^v$ : هزینه متغیر

$d$ : یک بردار  $(n \times 1)$  از پارامترهای مربوط به جزء خطی تابع هزینه

$Q$ : یک ماتریس متقارن مثبت معین  $(n \times n)$  از پارامترهای مربوط به جزء درجه دوم تابع هزینه، این تابع هزینه متغیر غیرخطی با این شرط که هزینه متغیر نهایی فعالیت‌ها با مجموع هزینه حسابداری فعالیت‌ها ( $c$ ) و متغیر دوگان محدودیت کالیبراسیون ( $\lambda$ ) برابر باشد، به دست می‌آید. بنابراین پارامترهای تابع هزینه باید با شرط زیر محاسبه شوند:

$$MC^v = \frac{\partial C^v(x^*)}{\partial x} = d + Qx^* = c + \lambda$$

در رابطه بالا، بایستی  $n$  پارامتر برای بردار  $d$  و به علت متقارن بودن  $Q$ ،  $n(n+1)/2$  پارامتر برای  $Q$  محاسبه گردند، یعنی در کل بایستی مقدار عددی  $n+n(n+1)/2$  پارامتر به دست آورده شود، منتها فقط  $n$  معادله (برای هر محصول یک معادله) در این رابطه وجود دارد. به چنین مسائلی که تعداد پارامترهایی که بایستی محاسبه گردند بیشتر از تعداد معادلات است، مسایل ill-posed گفته می‌شود. در برخی از مطالعات این مسأله با

به صورت بهینه صورت گیرد. در نتیجه جهت تخصیص بهینه آب اثر محدودیت ماهیانه تأمین آب نیز در این مطالعه به صورت رابطه زیر وارد شد:

$$\sum_{j=1}^n W_j \leq Q_{Total}$$

که در آن:

$Q_{Total}$ : حداکثر امکانات آبی در هر ماه (بر حسب متر مکعب)

$W_{aj}$ : مقدار آب آبیاری مورد نیاز گیاه زام در هر ماه (بر حسب متر مکعب در هکتار)

محدودیت دیگر مورد استفاده محدودیت نیروی کار می‌باشد و بیانگر آن است که مجموع نیاز فعالیت‌ها به نیروی کار در هر ماه نمی‌تواند از امکانات نیروی انسانی موجود مزرعه بیشتر باشد.

$$\sum_{j=1}^n I_j \leq L_{Total}$$

که در آن:

$L_{Total}$ : حداکثر امکانات نیروی انسانی موجود مزرعه در هر ماه (بر حسب نفر-روز).

$I_{aj}$ : مقدار کارگر مورد نیاز فعالیت زام در هر ماه (بر حسب نفر-روز در هکتار).

محدودیت نقدینگی نیز بیانگر آن است که مجموع نیاز فعالیت‌ها به نقدینگی در هر سال نمی‌تواند از امکانات مالی موجود مزرعه بیشتر باشند.

$$\sum_{j=1}^n k_j \leq K_{Total}$$

که در آن:

$K_{Total}$ : حداکثر امکانات مالی موجود مزرعه در یک سال زراعی (بر حسب تومان).

$k_{aj}$ : مقدار سرمایه مورد نیاز فعالیت زام در یک سال زراعی (بر

$$\max_p H(p) = - \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^n p d_{k,i} \ln p d_{k,i} - \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p q_{k,i,j} \ln p q_{k,i,j}$$

Subject to

$$d_i + \sum_{j=1}^n q_{i,j} x_j^0 = c_i + \lambda_i, \quad \forall i$$

$$d_i = \sum_{k=1}^K p d_{k,i} z d_{k,i}, \quad \forall i$$

$$q_{i,j} = \sum_{k=1}^K p q_{k,i,j} z q_{k,i,j}, \quad \forall i, j$$

$$\sum_{k=1}^K p d_{k,i} = 1, \quad \forall i$$

$$\sum_{k=1}^K p q_{k,i,j} = 1, \quad \forall i, j$$

$$q_{i,j} = q_{j,i}, \quad \forall i, j$$

با استفاده از روابط بالا می‌توان کلیه عناصر بردار  $d$  و ماتریس  $Q$  را به دست آورد. اما این روابط تضمین نمی‌کنند که شرایط مرتبه دوم برای تابع هزینه به دست آمده، صادق باشد. بنابر شرایط مرتبه دوم، لازم است تا ماتریس هشین تابع هزینه معین و منفی باشد که لازمه آن معین و مثبت بودن ماتریس  $Q$  می‌باشد. بدین منظور از قضیه تجزیه چالسکی استفاده می‌گردد، بنابراین قضیه یک ماتریس مربع، ماتریسی مثبت، نیمه معین و متقارن است اگر و تنها اگر این ماتریس دارای تجزیه چالسکی باشد. در تجزیه چالسکی، ماتریس  $Q$  به حاصل ضرب یک ماتریس پایین مثلثی ( $L$ ) و ترانپوز آن که یک ماتریس بالامثلثی است ( $L'$ )، تبدیل می‌شود که آنرا می‌توان به صورت زیر نشان (۱۷):

$$Q = L.L'$$

برای مثال اگر ماتریس  $Q$ ، یک ماتریس  $3 \times 3$  باشد، آنگاه بر اساس این روش، تجزیه چالسکی آن به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ 0 & l_{22} & l_{23} \\ 0 & 0 & l_{33} \end{bmatrix}$$

مساوی صفر در نظر گرفتن عناصر غیر قطری  $Q$ ، حل می‌شود (۵، ۷، ۸، ۱۵ و ۱۶). اگرچه این روش‌ها نیز ضمن برآورده کردن شرط مرتبه اول جواب‌های سال پایه را نیز به خوبی کالیبره می‌کنند، اما پاسخ‌های رفتاری منتج از این مدل‌ها به‌طور کامل اختیاری و به‌طور بالقوه غیررضایت‌بخش است. علت این امر در این است که پاسخ رفتاری مدل کالیبره شده به اندازه زیادی وابسته به مشتقات درجه دوم تابع هدف (تغییر در  $MC$ ، هنگام تغییر در سطوح فعالیت) است که در این روش‌ها نادیده گرفته می‌شوند (۱۳). پاریس و هویست (۲۰) استفاده از ماکزیمم آنتروپی را به منظور یافتن همه  $n(n+1)/2$  پارامتر بردار  $d$  و ماتریس  $Q$  پیشنهاد کردند. ماکزیمم آنتروپی اولین بار توسط شانون در سال ۱۹۴۸ مطرح گردید. شانون راهی را برای اندازه‌گیری اطلاعات پیشنهاد نمود و بدین وسیله انقلابی در تئوری اطلاعات ایجاد کرد (۱۶). استفاده از ماکزیمم آنتروپی در اقتصادسنجی نیز به وسیله گلان و همکاران (۱) مطرح گردید و در سال ۱۹۹۸ این روش برای حل مشکل درجه آزادی منفی  $PMP$  به وسیله پاریس و هویست (۲۱) مورد استفاده قرار گرفت.

روابط فرمولی ماکزیمم آنتروپی برای تخمین پارامترهای  $d$  و  $Q$  به صورت زیر است. در این روابط  $H$  نمایانگر آنتروپی مدل است که بایستی حداکثر گردد. محدودیت اول همان رابطه کلیدی موجود در  $PMP$  است که دارای درجه آزادی منفی است و در قسمت قبل توضیح داده شد، دو محدودیت بعدی ماتریس‌های  $d$  و  $Q$  را تعریف می‌کنند و تساوی آخر برای متقارن بودن ماتریس  $Q$  اضافه شده است و دو معادله ماقبل آخر نیز این مطلب را بیان می‌کنند که مجموع احتمالات باید برابر با یک باشد. سایر متغیرها نیز قبلاً تعریف شده‌اند.

گردیدند. به اینصورت که ابتدا لیست کشاورزان هر روستا از خدمات روستایی دهستان‌های خنجشت و شهرمیان به دست آمد، سپس با توجه به تعداد کشاورزان و حجم نمونه مربوط به هر روستا، تعیین گردید که از هر چند کشاورز (n) بایستی یک کشاورز انتخاب گردد و سپس بر طبق روش سیستماتیک کشاورزان ۱، n+1، ۲n+1، 3n+1 و الی آخر، انتخاب گردیدند.

از آنجا که تهیه الگوی برنامه‌ریزی خطی برای تمام بهره‌برداران نمونه که تعداد آنها شاید به صدها نفر بالغ شود، کار بسیار وقت‌گیر و پرهزینه بوده و نتایج حاصله نیز از کارایی لازم برخوردار نخواهد بود، لذا لازم است که بهره‌بردارهای نمونه را به طبقات همگن طبقه‌بندی نموده و برای هر طبقه همگن یک بهره‌بردار نماینده ساخته شود.

با توجه به موارد فوق بهره‌برداران با استفاده از تحلیل خوشه‌ای به سه گروه همگن زیر تفکیک شدند:

- گروه ۱: با اندازه مزرعه کمتر از ۱۲ هکتار
- گروه ۲: با اندازه مزرعه ۱۲ تا ۲۵ هکتار
- گروه ۳: با اندازه مزرعه بیشتر از ۲۵ هکتار

### نتایج و بحث

در این قسمت به بررسی اثرات ورود کلزا بر الگوی کشت گروه‌های همگن زارعین پرداخته شده است. بدین منظور کلزا از الگوی کشت بهره‌برداران نماینده حذف می‌شود یعنی سطح زیر کشت آن به صفر کاهش داده می‌شود و سپس با استفاده از مدل PMP به بررسی آثار این تغییر پرداخته می‌شود.

نتایج حذف کلزا برای بهره‌بردار نماینده سه گروه در جداول ۲ تا ۴ آورده شده است. همان‌طور که در جدول ۲ دیده می‌شود، در مزرعه بهره‌بردار نماینده گروه ۱ مجموع سطح زیر کشت محصولات گندم، کلزا، چغندر و لوبیا در سال پایه به ترتیب ۳/۳، ۲/۷، ۱/۵ و ۰/۵ هکتار می‌باشد و در مجموع این مزرعه نماینده، ۸ هکتار است. با توجه به مدل PMP، با حذف کلزا از الگوی کشت، مجموع سطح زیر کشت گندم از ۳/۳ هکتار به ۵/۱۵۹ هکتار افزایش پیدا می‌کند که معادل

با اضافه کردن این معادلات، به‌عنوان محدودیت و اعمال این شرط که اجزاء قطری ماتریس Q بزرگ‌تر از صفر (کوچک‌تر یا مساوی صفر نباشند) باشند، می‌توان تضمین کرد که شرایط مرتبه دوم برای تابع هزینه به دست آمده صدق کند.

در مرحله سوم PMP، با استفاده از تابع هزینه غیرخطی کالیبره شده و محدودیت‌های منابع، یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی به صورت روابط زیر ساخته می‌شود.

$$\text{Max } Z = p'x - d'x - x'Qx / 2$$

$$Ax \leq b$$

$$\text{Sub.to: } x \geq 0$$

ضرایب و متغیرهای این مدل همان ضرایب و متغیرهایی می‌باشند که قبلاً توضیح داده شدند. همان‌طور که دیده می‌شود در این مدل دیگر احتیاجی به محدودیت کالیبراسیون نیست و فقط با استفاده از تابع هدف کالیبره شده و محدودیت‌های منابع، جواب آن در شرایط سال پایه، دقیقاً سطوح فعالیت سال پایه خواهد بود و می‌توان با تغییر شرایط و تعریف سناریوهای مختلف با استفاده از این مدل به تحلیل سیاست پرداخت.

### روش نمونه‌گیری

با توجه به اهمیت کشت کلزا در دشت نمدان که در قسمت قبل مورد بررسی قرار گرفت، این دشت به‌عنوان منطقه مورد مطالعه انتخاب گردید. سپس با استفاده از یک روش نمونه‌گیری خوشه‌ای دومرحله‌ای هفت آبادی شامل آبادی‌های خنجشت، چشمه رعنا، حسین‌آباد و سه‌قلات از دهستان خنجشت و آبادی‌های آب‌باریک، فتح‌آباد و باده‌کی از دهستان شهرمیان انتخاب شدند و متناسب با تعداد کشاورزان این روستاها تعداد ۴۵ پرسش‌نامه از آبادی خنجشت، ۳۲ پرسش‌نامه از آبادی چشمه‌رعنا، ۱۵ پرسش‌نامه از آبادی حسین‌آباد، ۲۰ پرسش‌نامه از آبادی سه‌قلات، ۸ پرسش‌نامه از آبادی فتح‌آباد، ۷ پرسش‌نامه از آبادی باده‌کی و سرانجام یک پرسش‌نامه از آبادی آب‌باریک (در مجموع ۱۲۸ پرسش‌نامه) تکمیل گردید. کشاورزان هر روستا نیز با استفاده از روش نمونه‌گیری سیستماتیک انتخاب

جدول ۲. اثرات ورود کلزا بر الگوی کشت، درآمد زارعان، ریسک و مصرف نهاده‌ها در مزرعه نماینده (بهره‌برداران گروه ۱)

الگو پس از حذف کلزا	جواب PMP	فعلی	
۰/۸۵۱	۱	۱	گندم ۱ (هکتار)
۲/۳۲۷	۱/۵	۱/۵	گندم ۲ (هکتار)
۱/۰۸۲	۰/۵	۰/۵	گندم ۳ (هکتار)
۰/۸۹۹	۰/۳	۰/۳	گندم ۴ (هکتار)
۰	۱/۸	۱/۸	کلزا ۱۱ (هکتار)
۰	۰/۶	۰/۶	کلزا ۲۱ (هکتار)
۰	۰/۳	۰/۳	کلزا ۳۱ (هکتار)
۰/۸۰۱	۱	۱	چغندر ۱ (هکتار)
۰/۵۴۹	۰/۵	۰/۵	چغندر ۲ (هکتار)
۰/۳۰۵	۰/۲	۰/۲	لوبیا ۳ (هکتار)
۱/۱۸۷	۰/۳	۰/۳	لوبیا ۴ (هکتار)
۸/۰۰۱	۸	۸	مجموع (هکتار)
۴۰۱۵۳۳۱	۵۲۵۰۰۰۶	۵۲۵۰۰۰۶	درآمد (تومان)
۳۲۹۵۰۰	۳۵۹۷۶۰/۵	۳۵۹۷۶۰/۵	انحراف معیار (تومان)
۹۲۵۱۰/۲	۹۳۰۵۶/۶	۹۳۰۵۶/۶	مصرف آب (متر مکعب)
۹۹/۷	۱۰۱/۱	۱۰۱/۱	مصرف کود (کیسه)
۱۴۴۶۰۴	۲۲۳۷۴۰	۲۲۳۷۴۰	مصرف سم (تومان)

از گندم‌های دیگر بیشتر است. این قضیه در چغندر و لوبیا نیز تقریباً به همین طریق است. در نتیجه این تغییرات در الگوی کشت، درآمد مزرعه از ۵۲۵۰۰۰۶ تومان به ۴۰۱۵۳۳۱ تومان کاهش می‌یابد. این کاهش درآمد به دو دلیل رخ می‌دهد. عامل اول همان حذف کلزا از الگوی کشت است که به خاطر درآمد بالاتر کلزا نسبت به محصولات دیگر باعث کاهش درآمد مزرعه می‌گردد. اما عامل مؤثر دیگر مربوط به آب می‌شود. بدین صورت که با حذف کلزا که نسبت به محصولات دیگر مزرعه آب کمتری مصرف می‌نماید، امکان جانشین کردن محصولات دیگر که آب بیشتری مصرف می‌نمایند، نیست، مگر این‌که در مورد این محصولات کم‌آبیاری بیشتری صورت گیرد. کم‌آبیاری نیز باعث کاهش عملکرد محصول و بالطبع باعث کاهش درآمد مزرعه خواهد شد. بنابراین از جهت دیگر،

۵۶٪ افزایش در سطح زیر کشت آن می‌باشد. سطح زیر کشت لوبیا نیز از ۰/۵ هکتار به ۱/۴۹۲ هکتار افزایش می‌یابد. اما سطح زیر کشت چغندر از ۱/۵ هکتار به ۱/۳ هکتار کاهش می‌یابد که معادل ۱۰٪ کاهش در سطح زیر کشت آن می‌باشد. بنابراین می‌توان گفت که کلزا جانشین اصلی گندم و لوبیاست. مسأله مهمی را که بایستی با توجه به جدول ۲ مورد توجه قرار داد این است که با حذف کلزا سطح زیر کشت هر چهار محصول گندم یا هر چهار محصول چغندر و لوبیا که از نظر مقدار آبیاری متفاوت می‌باشند به یک میزان تغییر نمی‌کند. در گندم، سطح زیر کشت گندم ۱ نه تنها افزایش نمی‌یابد بلکه سطح زیر کشت آن از ۱ هکتار به ۰/۸۵۱ هکتار کاهش می‌یابد، اما سطح زیر کشت سه گندم دیگر که در مورد آنها کم‌آبیاری اعمال گردیده به مقدار زیادی افزایش می‌یابد و این افزایش در گندم ۴



می‌توان گفت برای این مزرعه با ورود کلزا به الگوی کشت کشاورز، درآمد کشاورز افزایش می‌یابد. اما با حذف کلزا انحراف معیار الگوی کشت از  $359760/5$  به  $329500$  کاهش می‌یابد، یا از بعد دیگر می‌توان گفت با ورود کلزا به الگوی کشت ریسک الگو افزایش می‌یابد. با توجه به مصرف کمتر آب توسط کلزا نسبت به محصولات دیگر انتظار می‌رود که با حذف آن مصرف آب افزایش یابد. اما همان‌طور که قبلاً نیز بیان شد به علت افزایش کم‌آبایی در محصولات دیگر، مصرف آب نه تنها افزایش نمی‌یابد بلکه به مقدار تقریباً ناچیزی (کمتر از یک درصد) نیز کاهش می‌یابد و مصرف آن از  $93056/6$  به  $92510/27$  متر مکعب می‌رسد. به عبارت دیگر برای این مزرعه با ورود کلزا به الگوی کشت، مصرف آب هر چند به مقدار ناچیز، افزایش می‌یابد. با توجه به جدول ۲ می‌توان دید که هر چند حذف کلزا موجب تغییر چندانی در مصرف کود نمی‌شود، ولی موجب کاهش شدیدی در مصرف سموم شیمیایی گردیده و حدوداً  $30\%$  مصرف سموم شیمیایی افزایش می‌یابد. همان‌طور که قبلاً نیز گفته شد این امر به علت احتیاج زیاد کلزا به سموم شیمیایی به خصوص به سموم شته‌کش است.

در جدول ۴ آثار حذف کلزا بر مزرعه بهره‌بردار نماینده گروه ۳ که مزرعه‌ای  $30$  هکتاری است و سطح زیر کشت محصولات گندم، کلزا، چغندر و جوی آن در سال پایه به ترتیب  $14$ ،  $12$ ،  $3$  و  $1$  هکتار می‌باشد، آورده شده است. با حذف کلزا از الگوی کشت، سطح زیر کشت همه محصولات افزایش می‌یابد، به این صورت که مجموع سطح زیر کشت گندم از  $14$  هکتار به حدود  $24/2$  هکتار افزایش پیدا می‌کند، سطح زیر کشت جو نیز از  $1$  هکتار به حدود  $2/45$  هکتار افزایش می‌یابد. سطح زیر کشت چغندر نیز که کمترین افزایش را داراست از  $3$  هکتار به حدود  $3/3$  هکتار افزایش می‌یابد. در این مدل با حذف کلزا سطح زیر کشت گندم  $1$  و گندم  $3$  افزایش و به حدود  $12$  هکتار می‌رسد اما گندم  $2$  کلاً از الگوی کشت حذف می‌شود. در مورد چغندر نیز، چغندر  $2$  حذف گردیده و بر سطح زیر کشت چغندر  $1$  افزوده می‌شود. در نتیجه این تغییرات در الگوی کشت، درآمد مزرعه کاهش می‌یابد و از  $20665590$  تومان به  $16023710$  تومان می‌رسد که معادل  $48$

همان‌طور که در جدول ۳ دیده می‌شود، مزرعه بهره‌بردار نماینده گروه ۲ مزرعه‌ای  $18$  هکتاری است که در آن، مجموع سطح زیر کشت محصولات گندم، کلزا، چغندر و لوبیا در سال پایه به ترتیب  $8$ ،  $5$ ،  $3/6$  و  $1/4$  است می‌باشد. بر اساس مدل PMP، در اثر حذف کلزا از این مزرعه، مجموع سطح زیر کشت گندم از  $8$  هکتار به حدود  $11/7$  هکتار افزایش پیدا می‌کند، سطح زیر کشت لوبیا نیز به  $2/66$  هکتار افزایش می‌یابد. اما سطح زیر کشت چغندر افزایش ناچیزی می‌یابد و از  $3/6$  هکتار به  $3/66$  هکتار می‌رسد. بنابراین با توجه به این مدل نیز می‌توان گفت که کلزا جانشین اصلی گندم و لوبیا است. البته با حذف کلزا، سطح زیر کشت گندم  $1$  نه تنها افزایش نمی‌یابد بلکه به مقدار زیادی کاهش می‌یابد و سطح زیر کشت آن از  $3$  هکتار به  $0/9$  هکتار می‌رسد، ولی سطح زیر کشت گندم  $2$  و گندم  $3$  که در مورد آنها کم‌آبایی اعمال گردیده به شدت افزایش می‌یابد.

با حذف کلزا درآمد مزرعه از  $11766950$  تومان به

جدول ۳. اثرات ورود کلزا بر الگوی کشت، درآمد زارعان، ریسک و مصرف نهاده‌ها در مزرعه (نماینده بهره‌برداران گروه ۲)

الگو پس از حذف کلزا	جواب PMP	فعلی	
۰/۹۲۳	۳	۳	گندم ۱ (هکتار)
۷/۱۶۱	۴	۴	گندم ۲ (هکتار)
۳/۶۱۵	۱	۱	گندم ۳ (هکتار)
۰	۴	۴	کلزا ۱۱ (هکتار)
۰	۰/۷	۰/۷	کلزا ۲۱ (هکتار)
۰	۰/۳	۰/۳	کلزا ۳۱ (هکتار)
۳/۰۸۹	۳	۳	چغندر ۱ (هکتار)
۰/۵۵۲	۰/۶	۰/۶	چغندر ۲ (هکتار)
۰/۷۳۶	۰/۴	۰/۴	لوبیا ۳ (هکتار)
۱/۹۲۴	۱	۱	لوبیا ۴ (هکتار)
۱۸	۱۸	۱۸	مجموع (هکتار)
۹۴۹۳۸۲۱	۱۱۷۶۶۹۵۰	۱۱۷۶۶۹۵۰	درآمد (تومان)
۸۳۹۸۲۴/۵	۸۵۲۰۴۲/۸	۸۵۲۰۴۲/۸	انحراف معیار (تومان)
۲۱۷۵۸۱/۴	۲۱۷۳۱۷/۵	۲۱۷۳۱۷/۵	مصرف آب (متر مکعب)
۲۲۸/۷	۲۲۸/۵	۲۲۸/۵	مصرف کود (کیسه)
۳۳۹۴۴۹/۵	۴۷۷۳۰۰	۴۷۷۳۰۰	مصرف سم (تومان)

۱- نتایج نشان داد که با وارد شدن کلزا به الگوی کشت بهره‌برداران نماینده، از سطح زیر کشت گندم کاسته می‌شود که این امر می‌تواند خودکفایی در تولید گندم را با مشکل همراه سازد. بنابراین هم‌زمان بایستی با سیاست‌های افزایش عملکرد در هکتار گندم با این مسأله مقابله نمود.

۲- از آنجا که با وارد شدن کلزا به الگوی کشت، واریانس درآمد یا به عبارت دیگر ریسک الگوی کشت افزایش می‌یابد، لازم است که با گسترش بیمه محصولات کشاورزی و به‌ویژه بیمه محصول کلزا، مانع کاهش مطلوبیت زارعین گردید.

۳- هر چند میزان مصرف آب در هکتار کلزا کمتر از میزان مصرف آب در هکتار گندم است، اما جایگزینی این دو محصول، تأثیر معنی‌داری بر کاهش مصرف آب در مزارع نماینده نداشت و حتی در پاره‌ای از بهره‌برداران نماینده، موجب افزایش مصرف آب گردید، بنابراین به سیاست جایگزینی کلزا

درصد کاهش در درآمد مزرعه است، بنابراین ورود کلزا به الگوی کشت باعث افزایش درآمد گردیده است. انحراف معیار یا به عبارتی ریسک الگو تغییر چندانی نکرده و از ۱۰۱۰۲۳۵ به ۱۰۱۵۶۲۵ می‌رسد. هم‌چنین با حذف کلزا مجموع آب مصرفی مزرعه ۴ درصد افزایش یافته و از ۳۳۰۸۵۷/۲ متر مکعب به ۳۴۴۹۱۱/۱ متر مکعب افزایش می‌یابد که معنای آن این است که ورود کلزا در الگوی کشت این مزرعه بر خلاف گروه‌های ۱ و ۲ باعث کاهش مصرف آب گردیده است که با توجه به نیاز آبی کمتر کلزا نسبت به محصولات گندم، لوبیا و چغندر منطقی به نظر می‌رسد. با توجه به جدول ۴ می‌توان دید که هر چند حذف کلزا موجب تغییر چندانی در مصرف کود نمی‌شود، اما موجب ۴۳ درصد کاهش در مصرف سموم شیمیایی می‌شود. بنابراین با توجه به نتایج این مطالعه پیشنهادات زیر ارائه می‌گردد:

جدول ۴. اثرات ورود کلزا بر الگوی کشت، درآمد زارعان، ریسک و مصرف نهاده‌ها در مزرعه (نماینده بهره‌برداران گروه ۳)

الگو پس از حذف کلزا	جواب PMP	فعلی	
۱۲/۱۸۴	۷	۷	گندم ۱ (هکتار)
۰	۵	۵	گندم ۲ (هکتار)
۱۲/۰۴۱	۲	۲	گندم ۳ (هکتار)
۰	۹	۹	کلزا ۱ (هکتار)
۰	۲	۲	کلزا ۲ (هکتار)
۰	۱	۱	کلزا ۳ (هکتار)
۲/۷۶	۲/۵	۲/۵	چغندر ۱ (هکتار)
۰/۵۶۳	۰/۵	۰/۵	چغندر ۲ (هکتار)
۲/۴۵۲	۱	۱	جو ۱ (هکتار)
۳۰	۳۰	۳۰	مجموع (هکتار)
۱۶۰۲۳۷۶۰	۲۰۶۶۵۵۹۰	۲۰۶۶۵۵۹۰	درآمد (تومان)
۱۰۱۵۶۲۵	۱۰۱۰۲۳۵	۱۰۱۰۲۳۵	انحراف معیار (تومان)
۳۴۴۹۱۱/۱	۳۳۰۸۵۷/۲	۳۳۰۸۵۷/۲	مصرف آب (متر مکعب)
۳۶۴	۳۶۵/۴	۳۶۵/۴	مصرف کود (کیسه)
۴۷۱۰۲۵/۷	۸۲۷۷۰۰	۸۲۷۷۰۰	مصرف سم (تومان)

با گندم نمی‌توان به‌عنوان یک سیاست مدیریت تقاضای آب نگاه کرد. این محصول موجب افزایش مصرف سموم شیمیایی می‌گردد، بنابراین باید به مسأله افزایش آلودگی محیط زیست در اثر افزایش سطح زیر کشت این محصول نیز توجه نمود.

۴- با توجه به این‌که کلزا در مرحله داشت، جهت مقابله با آفات نیاز به چندین بار سم‌پاشی دارد و به‌طور کلی وارد شدن

### منابع مورد استفاده

- دهشیری، ع. ۱۳۷۸. *زراعت کلزا*. سازمان تحقیقات، آموزش و ترویج کشاورزی، تهران.
- سازمان مدیریت و برنامه ریزی کشور. ۱۳۸۰. *نظام هدفمند یارانه‌ها*، تهران.
- شیرانی‌راد، ا. ح. و ع. دهشیری. ۱۳۸۱. *راهنمای کلزا (کاشت، داشت و برداشت)*. سازمان تحقیقات و آموزش کشاورزی، معاونت آموزش و تجهیز نیروی انسانی، نشر آموزش کشاورزی، کرج.
- وزارت جهاد کشاورزی (سال‌های مختلف). *آمارنامه کشاورزی*. دفتر آمار و فناوری اطلاعات.
- صباحی صابونی، م. ۱۳۸۵. بهینه‌سازی الگوهای کشت با توجه به مزیت نسبی حوضه آبریز در تولید محصولات زراعی: مطالعه موردی استان خراسان. رساله دکتری اقتصاد کشاورزی، دانشگاه شیراز.
- Allen, R. G., L.S. Pereira, D. Raes and M. Smith. 1998. Crop evapotranspiration: guidelines for computing crop water requirements. FAO irrigation and drainage paper 56. FAO Rome.
- Arfini, F. and Q. Paris. 1995. A positive mathematical programming model for regional analysis of agricultural

- policies. EAAE seminar, Ancona, Italy
8. Atance, M. I. and H. J. Barreiro. 2006. CAP MTR versus environmentally targeted agricultural policy in marginal arable areas: impact analysis combining simulation and survey data. *Agric. Econ.* 34: 303-313.
  9. Britz W., T. Heckelei and H. Wolff. 2003. Symmetric Positive Equilibrium Problem: A Framework for rationalizing Economic Behavior with Limited Information: Comment. *Amer. J. Agric. Econ.* 85(4): 1078-81.
  10. Buysse, J. 2006. Farm-level mathematical programming tools for agricultural policy support. Ph.D. Dissertation, Univ. of Ghent, Belgium.
  11. Golan, A., G. Judge and J. M. Perloff. 1996. Maximum Entropy Econometrics: Robust Estimation with Limited Data. John Wiley & Sons, New York.
  12. Hazell, P. B. R. and R. D. Norton. 1986. Mathematical Programming for economic analysis in agriculture. Colli MacMillan Pub., London.
  13. Heckelei, T. 2002. Calibration and estimation of programming models for agricultural supply analysis. Habilitation Thesis, University of Bonn, Germany.
  14. Heckelei, T. and W. Britz. 2000. Positive mathematical programming with multiple data points: a cross-sectional estimation procedure. *Cahiers d'Econom. et Sociologie Rurales* 57: 28-50.
  15. Helming, J. F. M., L. Peeters and P. J. J. Veendendaal. 2001. Assessing the consequences of environmental policy scenarios in Flemish agriculture. *In* : Heckelei, T. H. P. Witzke and W. Henrichsmeyer (Eds.), *Agricultural Sector Modelling and Policy Information Systems*, Proceedings of the 65th EAAE Seminar, March 29-31, 2000, Kiel, Wissenschaftsverlag Vauk, 237-245.
  16. Howitt, R. E. 1995. Positive mathematical programming. *Amer. J. Agric. Econ.* 77: 329-342.
  17. Howitt, R. E. 2002. Optimization model building in economics. Department of Agricultural Economics, University of California, Davis.
  18. [www.agecon.ucdavis.edu/people/faculty/facultydocs/Howitt/252notes.pdf](http://www.agecon.ucdavis.edu/people/faculty/facultydocs/Howitt/252notes.pdf)
  19. Meyer, S. J., K. G. Hubbard and D. A. Wilhite. 1993. A crop- specific drought index for corn: I. Model development and validation. *Agron. J.* 85: 388-395.
  20. Paris, Q. 2001. Symmetric Positive Equilibrium Problem: A Framework for Rationalizing Economic Behavior with Limited Information. *Amer. J. Agric. Econ.* 83: 1049-1061.
  21. Paris, Q. and R. E. Howitt. 1998. An analysis of ill-posed problems using maximum entropy. *Amer. J. Agric. Econ.* 80: 124-138
  22. Preckel, P. V., D. Harrington, and R. P. Dubman. 2002. Dual Positive Math Programming: Illustrated through an Evaluation of the Impacts of Market Resistance to Genetically Modified Grains. *Amer. J. Agric. Econ.* 84(3): 679-690.
  23. Schmid, E. and F. Sinabell. 2005. Using the positive mathematical programming method to calibrate linear programming models. Discussion Paper, Nr. Institute for Sustainable Economic Development, Univ. of Natur. Resour. and Appl. Life Sci., Vienna.